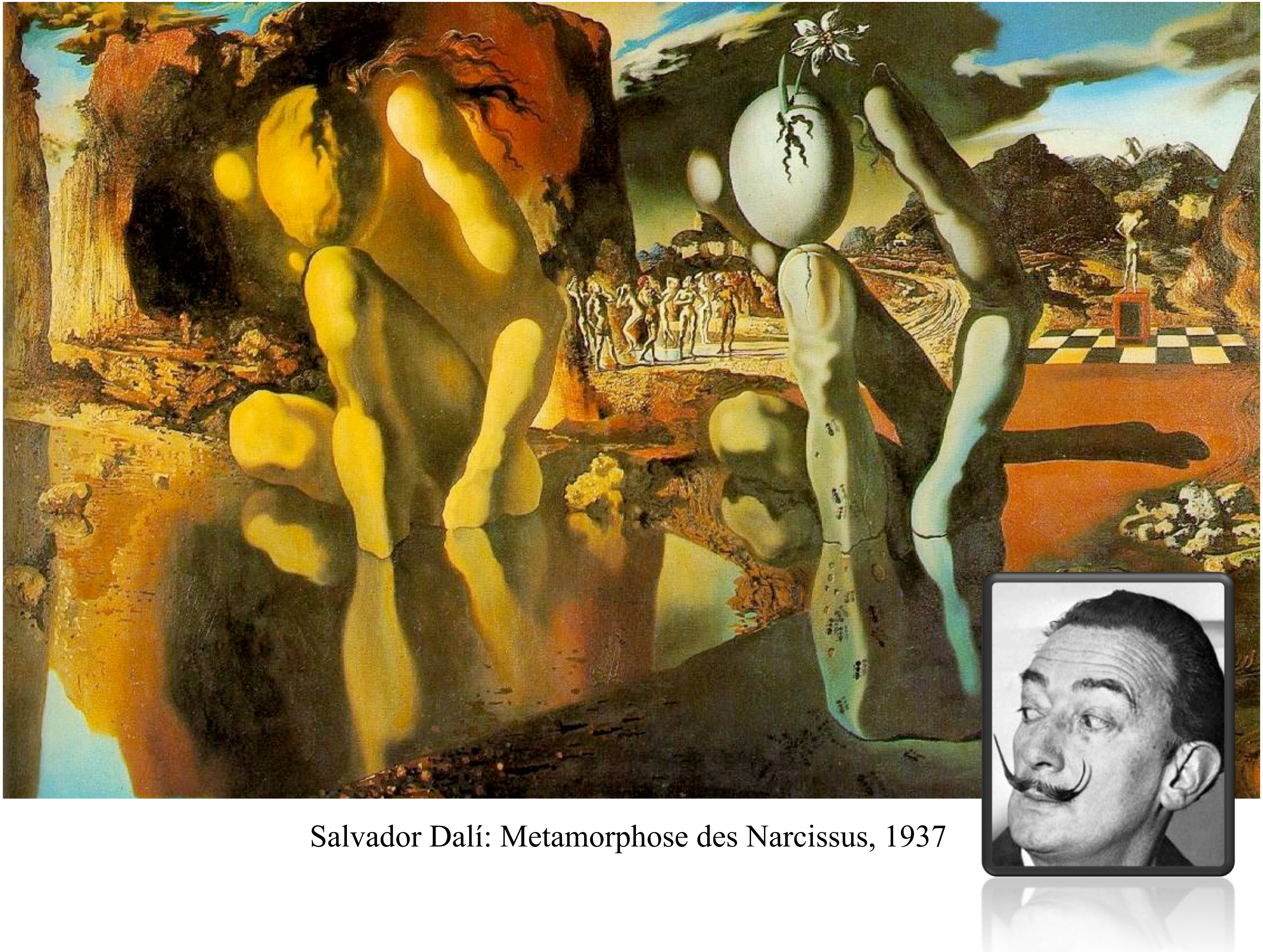
Teil 10

Unsicheres Wissen



Salvador Dalí: Metamorphose des Narcissus, 1937

Unsicheres Wissen

Warum unsicheres Wissen?

- Rationale Entscheidungen hängen von der relativen Wichtigkeit von Zielen ab
- und von der Wahrscheinlichkeit, mit der diese Ziele erreicht werden können

Unsicherheit läßt sich nicht in Logik erster Stufe beschreiben, ist aber in vielen Bereichen notwendig:

- Aufwand der Modellierung aller Antezedenz- und Konsequenz-Elemente für Regeln ohne Ausnahmen zu aufwendig (Bsp. Medizinisches Expertensystem)
- Theoretisches Unwissen: Für viele Bereiche gibt es keine geschlossene Theorie
- Praktische Unkenntnis: Oft können nicht alle Parameter genau beobachtet werden und müssen geschätzt werden

Unsicheres Wissen

Lösungen:

- probabilistisches Schließen

  Aussagen sind unsicher (*A gilt in 70% der Fälle*)

- Unscharfe Logik (Fuzzy Logic)

  Werte sind unscharf (*A ist mittelgroß*)

- Nichtmonotones Schließen

  Aussagen können widerrufen werden

  (*A gilt, solange C nicht gilt*)

Probabilistisches Schließen

- Jede Aussage wird mit Wahrscheinlichkeit bewertet
- Wahrscheinlichkeitsschätzung aufgrund von
  - Statistiken (W. im engeren Sinne)
  - Expertenschätzung (Evidenzbewertung)
- Beispielregel:

```
Wenn      1. der Typ der Infektion Meningitis ist
und       2. keine Labordaten verfügbar sind
und       3. der Typ der Meningitis bakteroid ist
und       4. der Patient älter als 17 Jahre ist
und       5. der Patient Alkoholiker ist
dann gibt es Evidenz für E. Coli (0.2)
  und Diplococcus (0.3)
```

(aus dem MYCIN-System zur Diagnose bakterieller Infektionen des Blutes und des Hirns)

Quellen der Unsicherheit

(am Beispiel der Diagnostik)

Symptomerhebung

- Feststellung der Evidenz von Symptomen vom Benutzer geschätzt

Symptombewertung

- Bewertung der Evidenz von Symptomen vom Experten geschätzt

Verrechnung von Unsicherheiten

- Verrechnungsschemata nicht immer theoretisch fundiert (ad hoc) oder Voraussetzungen für fundierte Verfahren verletzt

Wahrscheinlichkeiten

- $P(q) \in [0,1]$ Wahrscheinlichkeit (probability), daß Aussage *q* zutrifft
- $P(q) = 1$ Aussage *q* ist (sicher) wahr
- $P(q) = 0$ Aussage *q* ist (sicher) falsch
- $P(q) = 0,5$ *q* ist gleich wahrscheinlich wahr oder falsch

- Bedingte Wahrscheinlichkeit $P(p|q)$:
  Wahrscheinlichkeit für Aussage *p*, wenn *q* beobachtet wurde

  A priori Wahrscheinlichkeiten: $P(p)$, $P(q)$
  A posteriori (bedingte) Wahrscheinlichkeiten: $P(p|q)$

Eigenschaften *P(p|q)*

- Sind p und q unabhängig, dann ist $P(p|q) = P(p)$
  - ⇨ Beispiel p = *„Würfle eine 6"* q = *„voriger Wurf war 6"*
    $P(p|q) = P(p) = 1/6$
  - ⇨ Beispiel p = *„Heute ist Montag"* q = *„gestern war Sonntag"*
    $P(p) = 1/7 \qquad P(p|q) = 1$
- $P(p \wedge q) = P(p) \cdot P(q|p)$
- Wenn p, q unabhängig: $P(p \wedge q) = P(p) \cdot P(q)$
- Für P(q) $\neq$ 0 gilt: $P(p|q) = P(p) \cdot P(q|p) \,/\, P(q)$
  <u>(Bayes-Regel)</u>

Beispiel

- Statistik zeigt folgende Verteilung
  - ⇨ P(Bronchitis) = 0,05
  - ⇨ P(Husten) = 0,2
  - ⇨ P(Husten/Bronchitis) = 0,8
  - ⇨ D.h. wenn jemand Bronchitis hat, dann auch in 80% der Fälle auch Husten
- Dann gilt P(Bronchitis/Husten)

  = P(Bronchitis) * P(Husten/Bronchitis) / P(Husten)

  = 0,05 * 0,8 / 0,2 = 0,2

  - ⇨ Also ist bei Patienten mit Husten die Wahrscheinlichkeit für Bronchitis 20%, also viermal so hoch wie bei zufällig ausgewählten Patienten

Probabilistische Systeme

Beispiel PROSPECTOR (ein System zur „Lokalisierung“ von Mineralienvorkommen):

1. Aus statistischen Daten von früheren Explorationen werden die bedingten Wahrscheinlichkeiten

   P(site-properties | mineral-deposits)

   für die zu erwartenden Eigenschaften des geologischen Ortes aufgrund beobachteter Mineralienvorkommen bestimmt.
2. Unter Einsatz der Bayes-Regel werden daraus dann die bedingten Wahrscheinlichkeiten

   P(mineral-deposits | site-properties)

   berechnet und für eine Vorhersage von Mineralienvorkommen aufgrund beobachteter Eigenschaften des geologischen Ortes verwendet.

Probabilistische Systeme

Problem:

- i.a. wird die gemeinsame Verteilung ("joint distribution") der Zufallsvariablen $v_1,...,v_n$ benötigt,
- d.h. die $P(l_1 \wedge \ldots \wedge l_n)$ für alle Ausprägungen
  $$(l_1,...,l_n) \in \{v_1, \neg v_1\} \times \ldots \times \{v_n, \neg v_n\}$$
  der Zufallsvariablen.
- Die gemeinsame Verteilung enthält sämtliche zu diesen Variablen gehörende Information, die bei der Berechnung von Wahrscheinlichkeiten relevant werden kann.
- Kompakte Handhabung durch Bayes-Netze...

Bayes-Netze: Fragestellung

- Zu einem bestimmten Zeitpunkt t hat ein Agent einen bestimmten Satz von Vermutungen (und zugeordneten Wahrscheinlichkeiten).
- Zum Zeitpunkt t macht der Agent eine Beobachtung, welche die Wahrscheinlichkeit einer seiner Vermutungen ändert.
- Wie sollten die Wahrscheinlichkeiten der anderen Vermutungen angepasst werden?

Zweck von Bayes-Netzen

- Vereinfachung der Beschreibung eines Satzes von Vermutungen, indem kausale Abhängigkeiten explizit gemacht werden.
- Effizientere Methode, (als eine große Tabelle zur Wahrscheinlichkeitsverteilung) die "Stärke" (=Wahrscheinlichkeit) von Vermutungen zu aktualisieren, wenn neue Indizien beobachtet werden

Andere Namen

- Belief networks
- Probabilistische Netze
- Kausale Netze

Bayes-Netze

- Eine einfache graphische Notation für bedingte Wahrscheinlichkeitsabhängigkeiten, die eine kompakte Darstellung der Gesamtwahrscheinlichkeitsverteilung darstellt.

- Syntax:
  - ⇨ eine Menge von Knoten, einer pro Variable
  - ⇨ gerichteter azyklischer Graph (Kante = “direkter Einfluss”)
  - ⇨ eine Wahrscheinlichkeitsverteilung für jeden Knoten in Abhängigkeite von den Elternknoten:

    $P(X_i|Parents(X_i))$

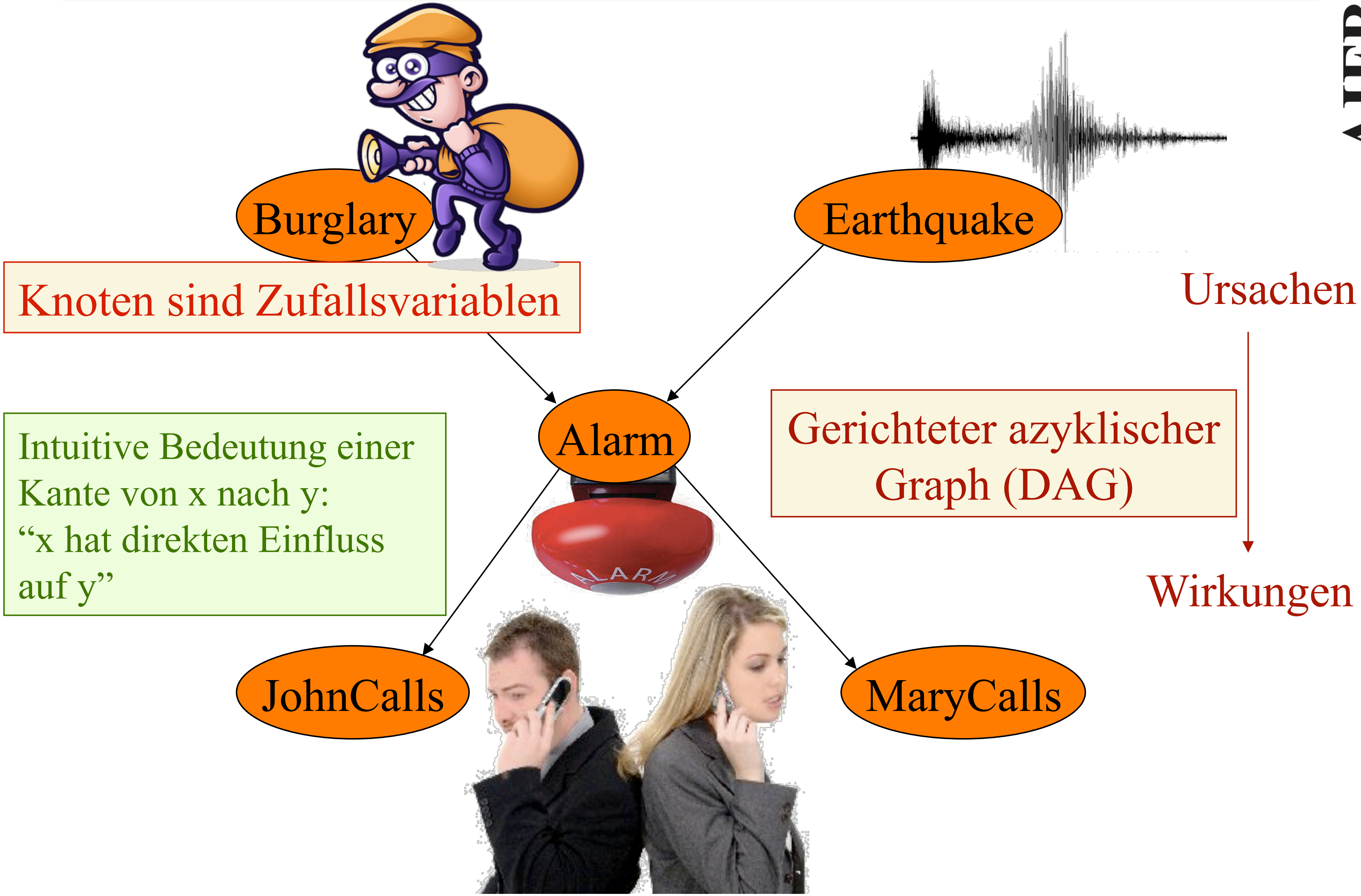
Beispiel

Mein Nachbar John ruft mich auf Arbeit an und berichtet, dass meine Alarmanlage läutet. Meine Nachbarin Mary jedoch ruft nicht an. Manchmal wird der Alarm von leichten Erdbeben ausgelöst. Liegt ein Einbruch vor?

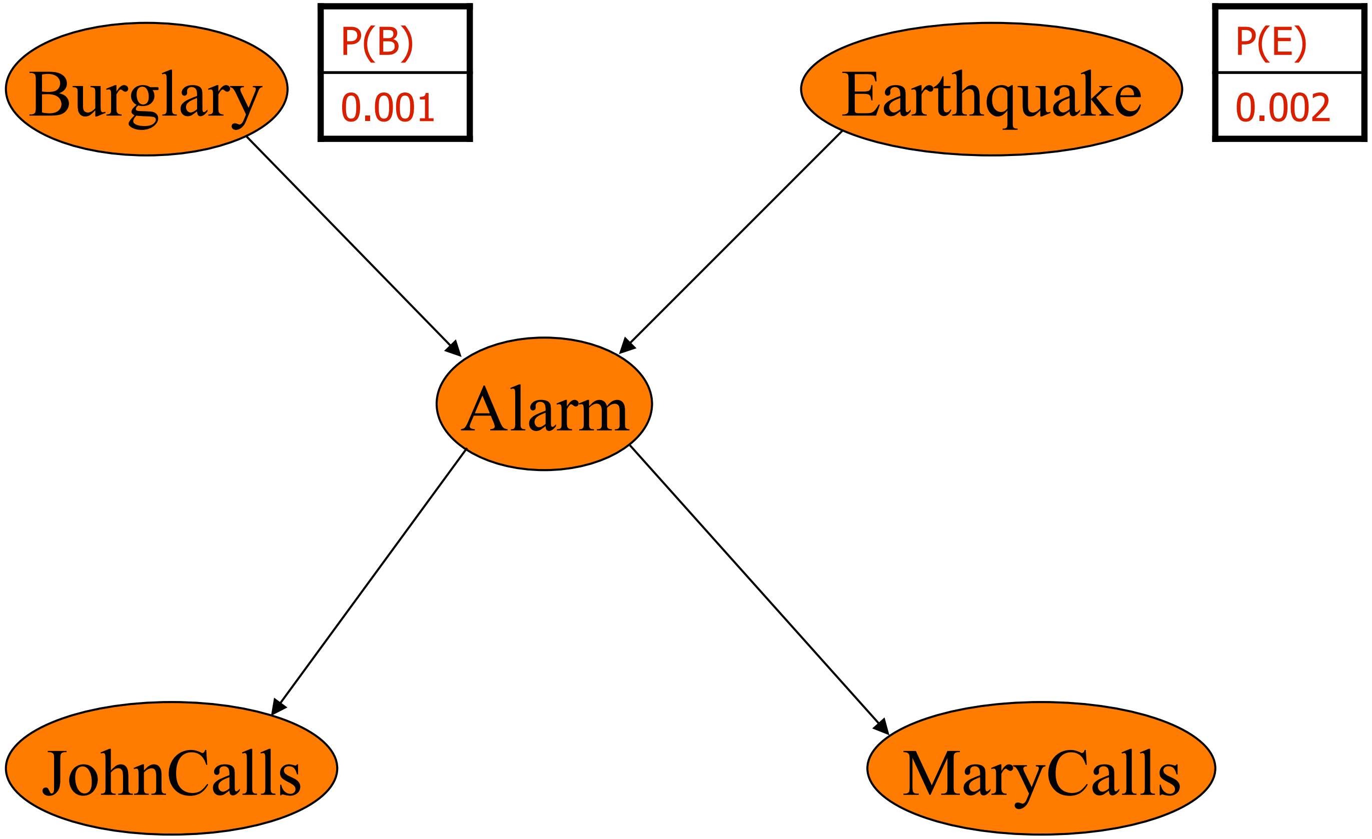
Variablen: Burglar, Earthquake, Alarm, JohnCalls, MaryCalls

Die Struktur (Topologie) des Netzes spiegelt das “kausale” Wissen wider:
- Ein Einbrecher kann den Alarm auslösen.
- Ein Erdbeben kann den Alarm auslösen.
- Der Alarm kann Mary veranlassen, mich anzurufen.
- Der Alarm kann John veranlassen, mich anzurufen.

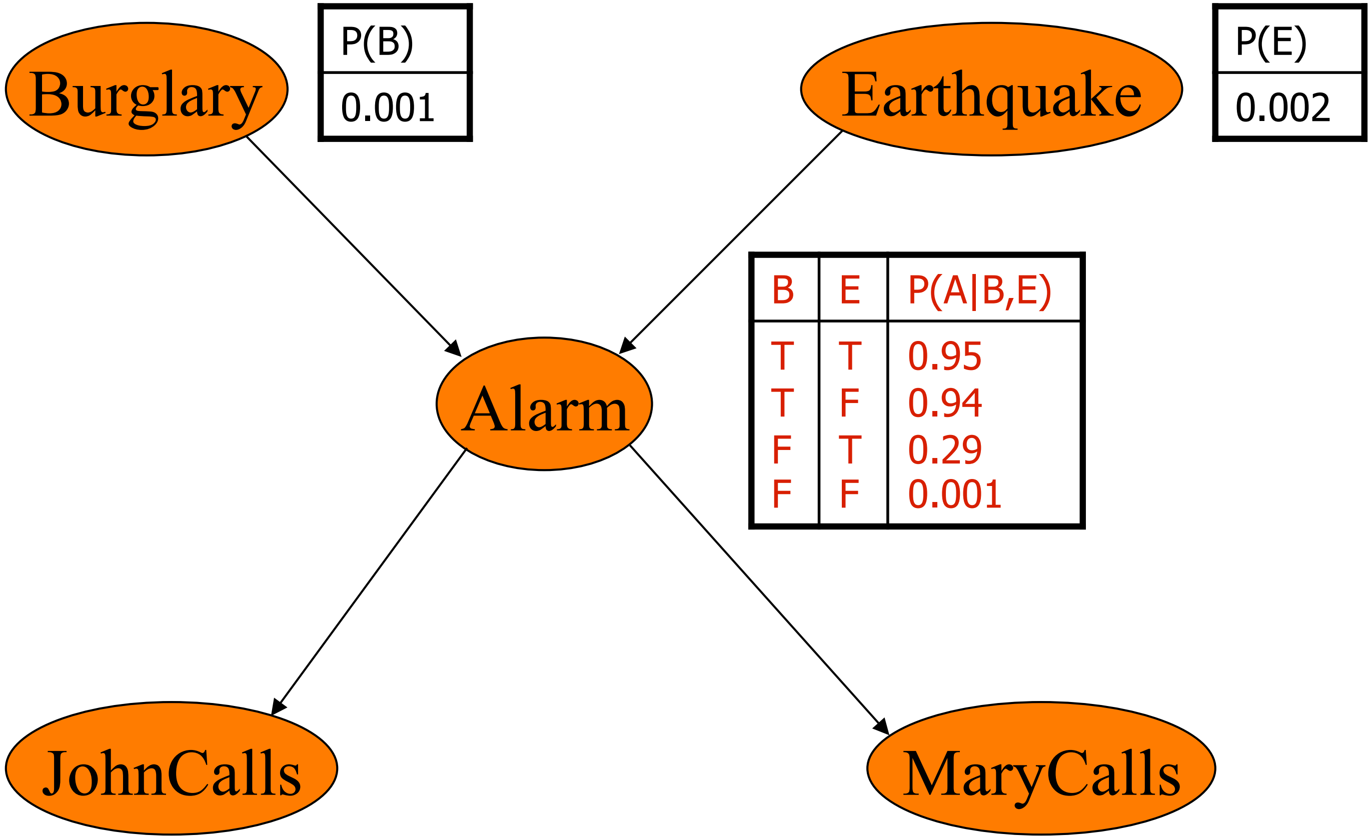
Ein Einfaches Netzwerk



Wurzel-Wahrscheinlichkeiten



Bedingte Wahrscheinlichkeiten

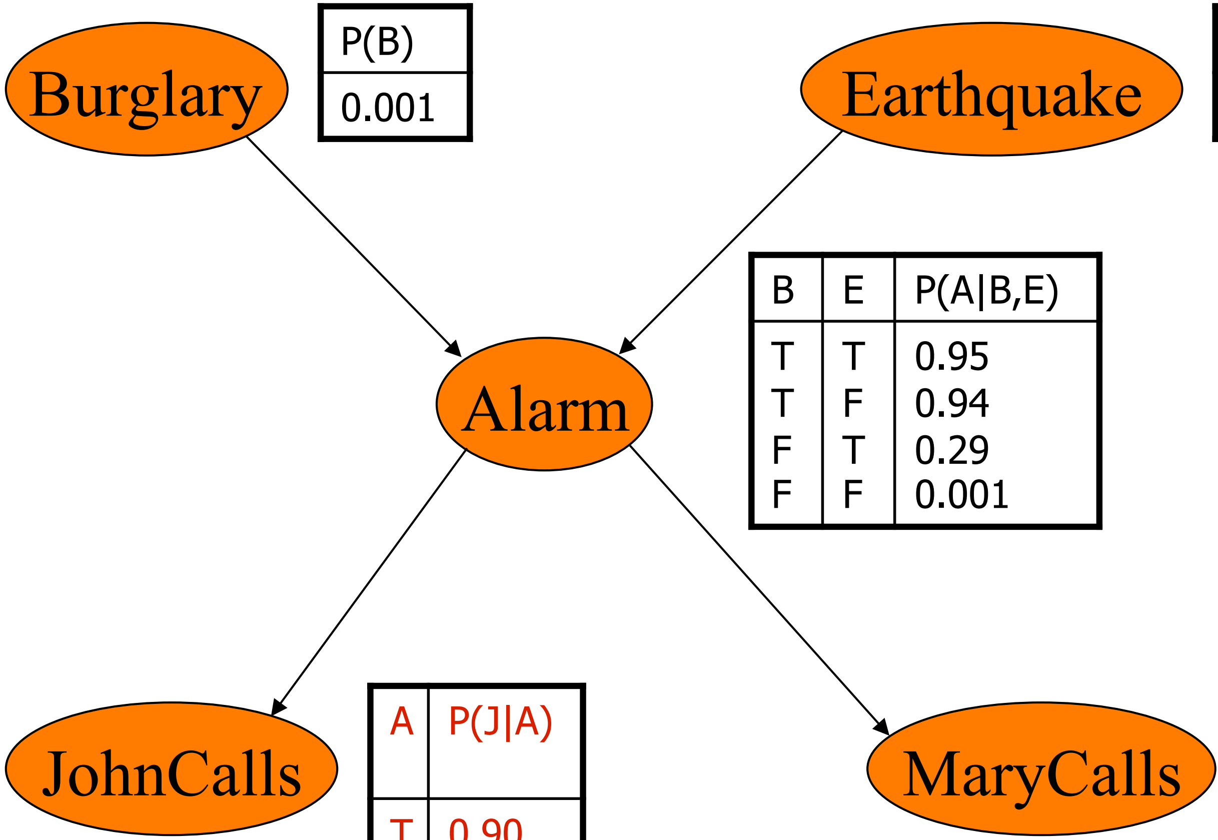


P(B)
0.001

P(E)
0.002

B	E	P(A|B,E)
T	T	0.95
T	F	0.94
F	T	0.29
F	F	0.001

Bedingte Wahrscheinlichkeiten



P(B)
0.001

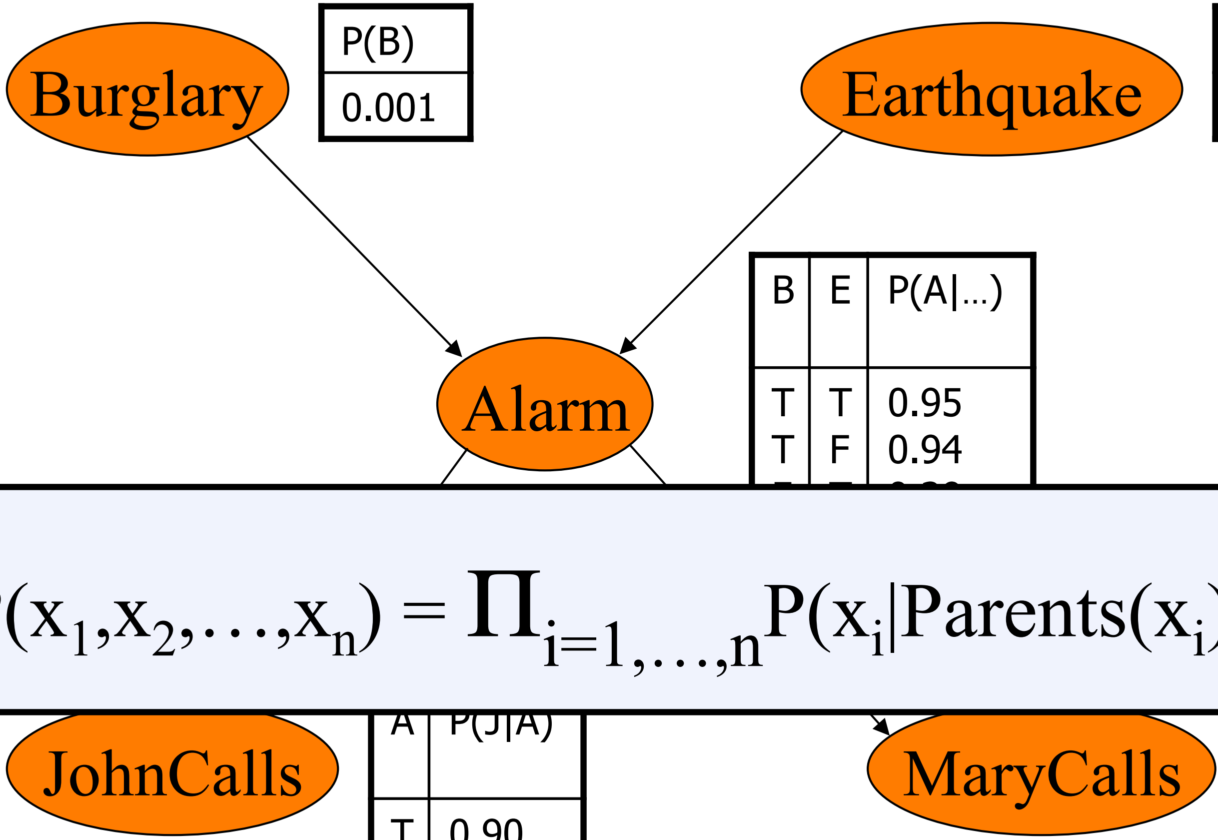
P(E)
0.002

B	E	P(A|B,E)
T	T	0.95
T	F	0.94
F	T	0.29
F	F	0.001

A	P(J|A)
T	0.90
F	0.05

A	P(M|A)
T	0.70
F	0.01

Bedeutung des Netzes



P(B)
0.001

P(E)
0.002

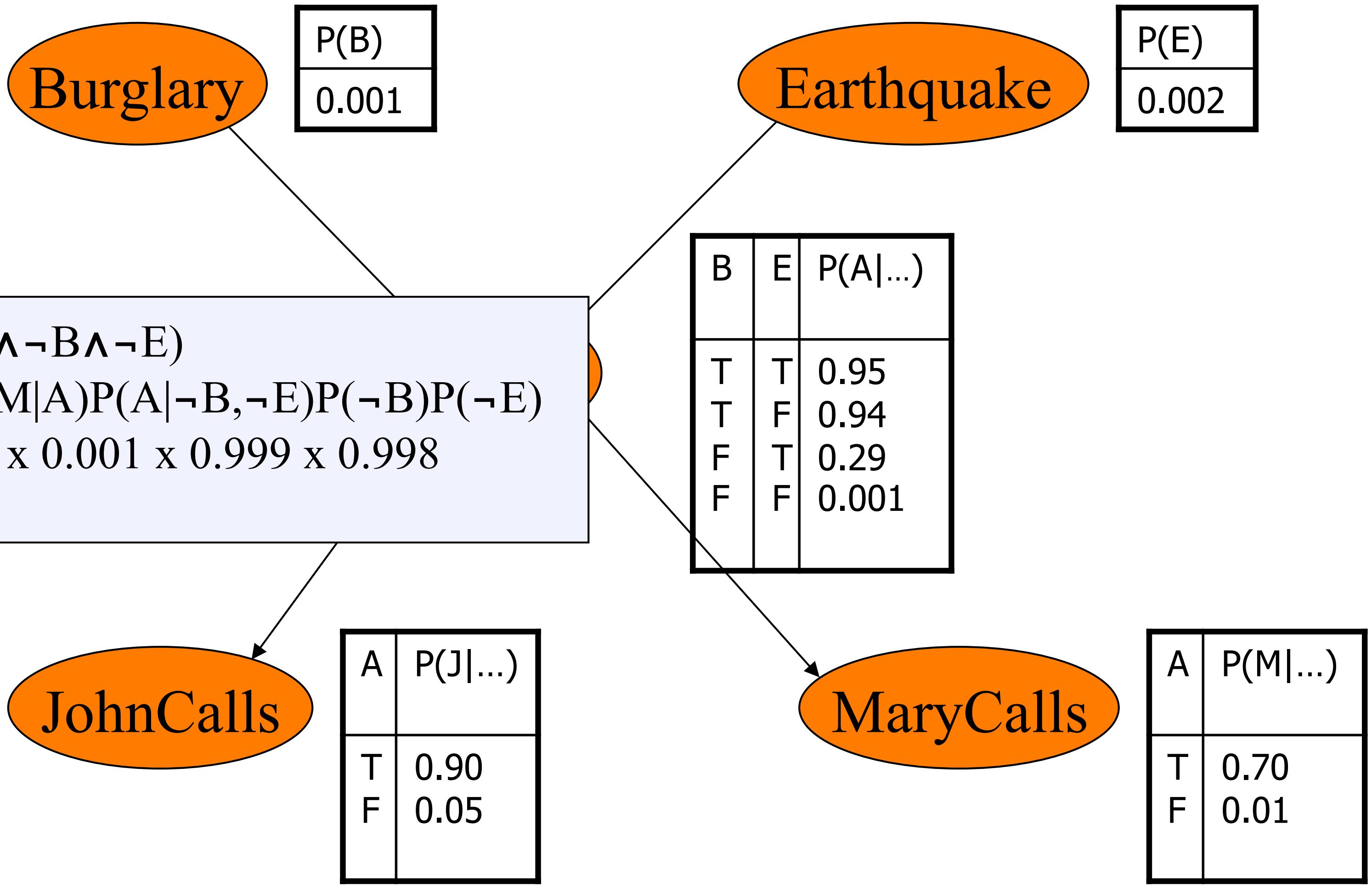
B	E	P(A|…)
T	T	0.95
T	F	0.94

A	P(J|A)
T	0.90
F	0.05

A	P(M|A)
T	0.70
F	0.01

$$P(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \prod_{i=1,\ldots,n} P(x_i \mid Parents(x_i))$$

Berechnung von Gesamtwahrscheinlichkeiten



$$
\begin{aligned}
&P(J \wedge M \wedge A \wedge \neg B \wedge \neg E)\\
&= P(J|A)P(M|A)P(A|\neg B,\neg E)P(\neg B)P(\neg E)\\
&= 0.9 \times 0.7 \times 0.001 \times 0.999 \times 0.998\\
&= 0.00062
\end{aligned}
$$

P(B)
0.001

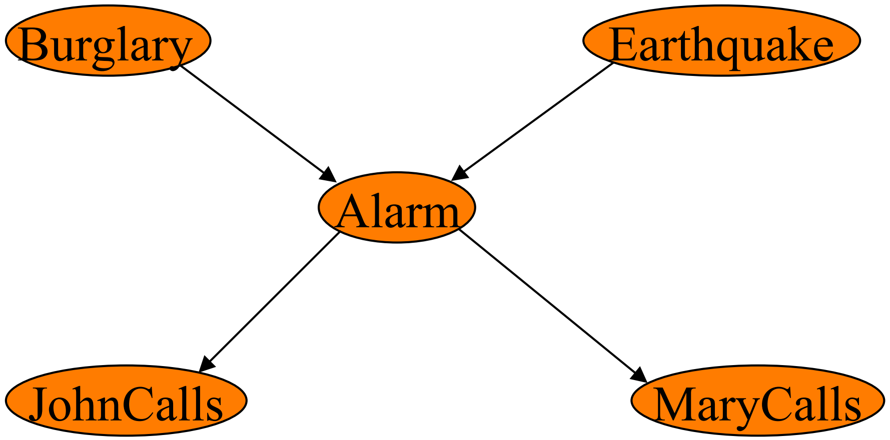
P(E)
0.002

B	E	P(A|…)
T	T	0.95
T	F	0.94
F	T	0.29
F	F	0.001

A	P(J|…)
T	0.90
F	0.05

A	P(M|…)
T	0.70
F	0.01

Strukturelle Information des BN



- Jede der Vermutungen JohnCalls und MaryCalls ist unabhängig von Burglary und Earthquake wenn Alarm oder ¬Alarm gegeben ist.
- Die Vermutungen JohnCalls und MaryCalls sind unabhängig, wenn Alarm oder ¬Alarm gegeben ist.

Inferenz in Bayes-Netzen

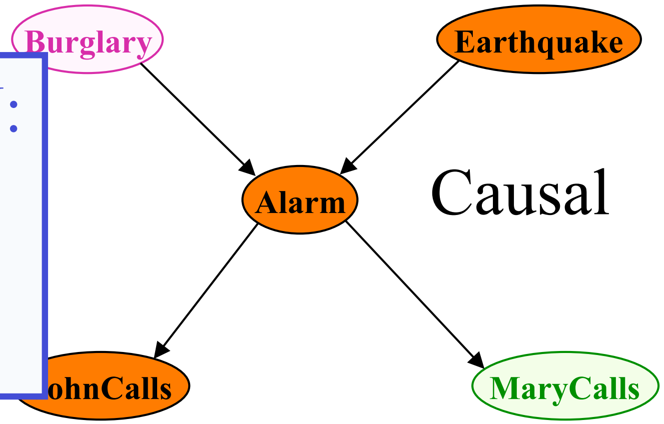
- Menge E von Evidenzvariablen, die beobachtet werden, z.B., {JohnCalls,MaryCalls}
- Anfragevariable X, z.B., Einbruch, für welche die a-posteriori-Verteilung P(X|E) gesucht ist

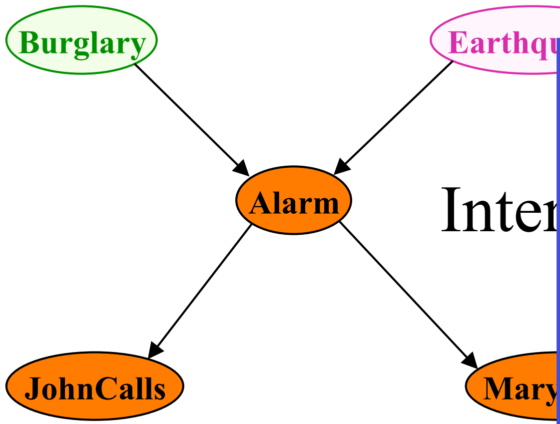
J	M	P(B|…)
T	T	?

Wahrscheinlichkeitsverteilung in Abhängigkeit von den Beobachtungen

Inferenzarten

- Elementare Verwendung von BN: Gegeben neue Beobachtungen, berechne die neuen Wahrscheinlichkeiten für die Vermutungen

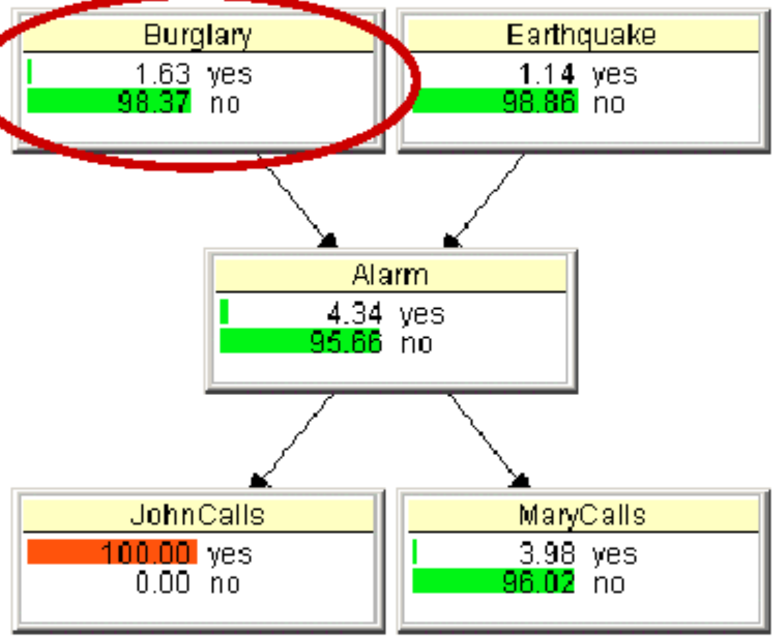




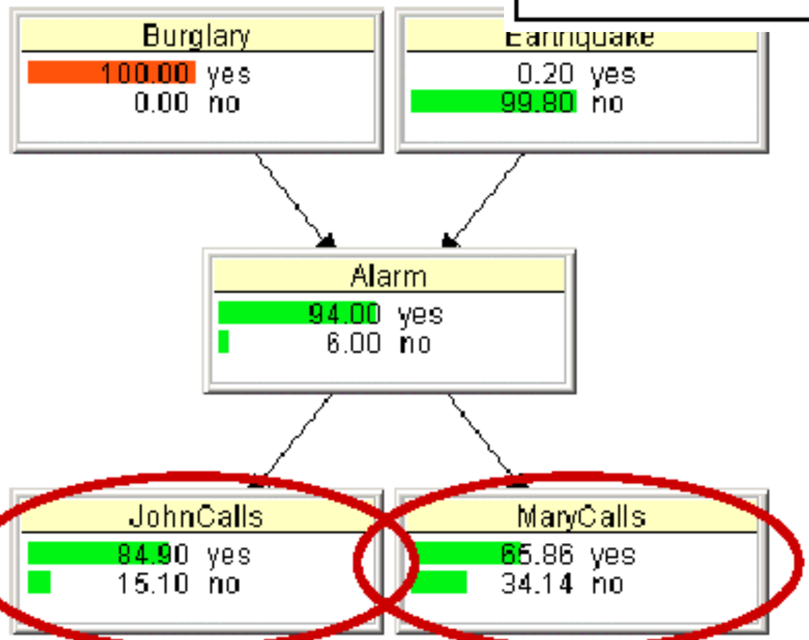
- Andere Verwendung: Gegeben eine Vermutungswahrscheinlichkeit, welche Beobachtungen sollten eingeholt werden, um die stärkste Veränderung dieser Wahrscheinlichkeit zu erreichen

Inferenzen

P(*Burglary*|*JohnCalls*) = 0.016



Diagnostische Inferenz

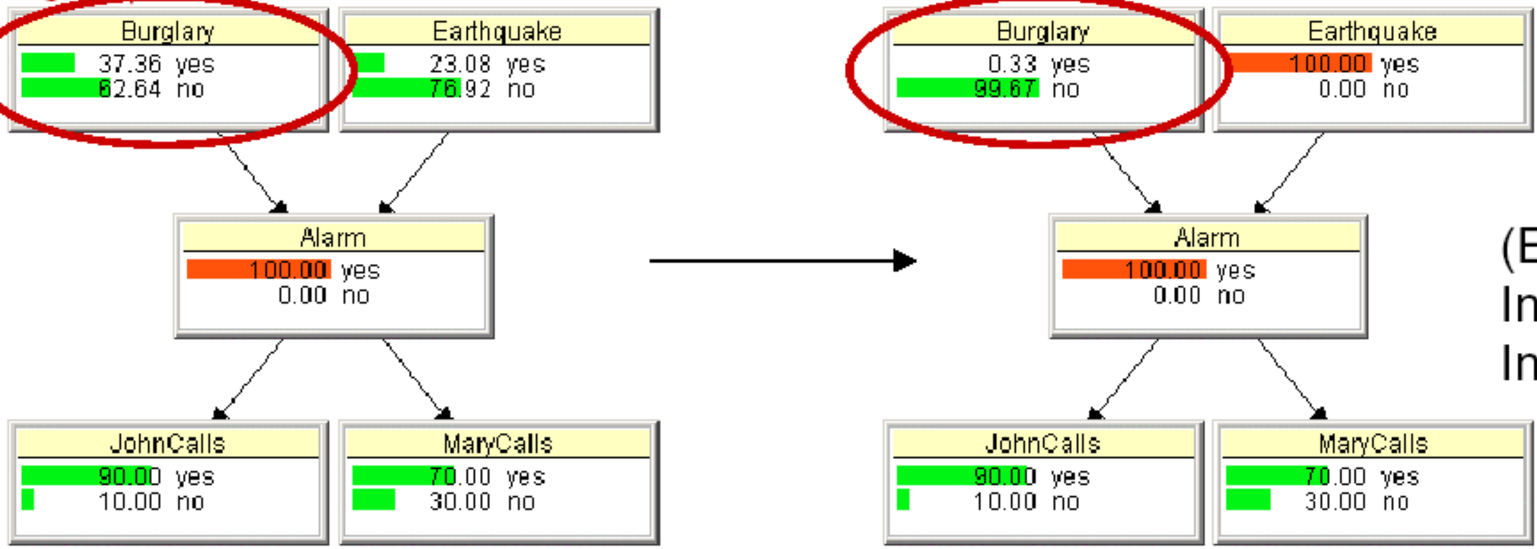


Kausale Inferenz

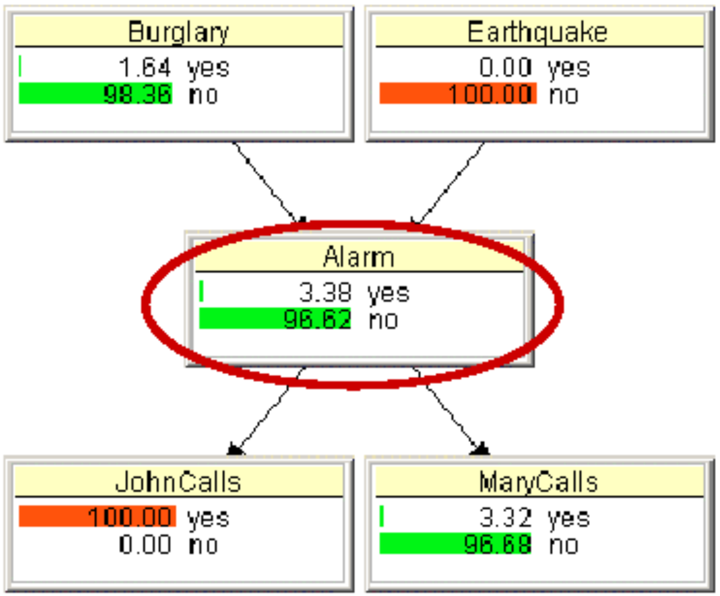
P(*JohnCalls*|*Burglary*) = 0.86 P(*MaryCalls*|*Burglary*) = 0.67

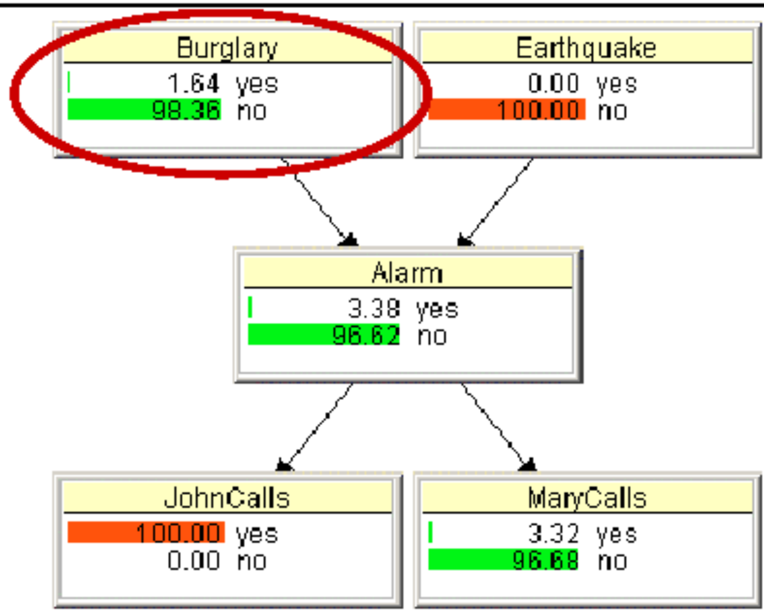
$P(\mathit{Burglary}|\mathit{Alarm}) = 0.376$

$P(\mathit{Burglary}|\mathit{Alarm} \wedge \mathit{Earthquake}) = 0.003$ ↓



(Explaining Away)
Interkausale
Inferenz





Mixed

$P(\mathit{Alarm}|\mathit{JohnCalls} \wedge \neg \mathit{Earthquake}) = 0.03$
(diagnostische und kausale Inferenz)

$P(\mathit{Burglary}|\mathit{JohnCalls} \wedge \neg \mathit{Earthquake}) = 0.017$
(interkausale und diagnostische Inferenz)

Bemerkungen

Voraussetzung für Bayes-Netz: (am besten auf Grundlage von Statistiken):

- Abschätzungen der Symptom-Diagnose-Wahrscheinlichkeiten aller relevanten Symptom-Diagnose-Paare
- Abschätzungen der symptomunabhängigen A-priori-Wahrscheinlichkeiten der Diagnosen
- Symptome dürfen nur von der Diagnose abhängen und müssen untereinander unabhängig sein
- Vollständigkeit der Diagnosemenge
- wechselseitiger Ausschluss der Diagnosen
- fehlerfreie und vollständige Statistiken zur Gewinnung der a-priori-Wahrscheinlichkeiten der Diagnosen und der bedingten Symptom-Diagnose-Wahrscheinlichkeiten
- Konstanz der Wahrscheinlichkeiten

Diese Voraussetzungen sind in Diagnose-Anwendungsbereichen i.a. verletzt!

Verringerung von Fehlerquellen

- Berücksichtigung von Symptomkombinationen durch spezielle Regeln (z.B. bei MYCIN)
- Abschwächung der Bedingung sich wechselseitig ausschließender Diagnosen durch Partitionierung der Diagnosemenge (INTERNIST)
- Etablierung allgemeiner Grobdiagnosen, die mit zusätzlichem Wissen verfeinert werden
- Angabe von Wahrscheinlichkeitsintervallen anstelle von –werten (Dempster-Shafer-Theorie)
- Getrennte Bewertung von positiver und negativer Evidenz; diagnosebezogene Verrechnungsschemata
- Vermeidung von Unsicherheit durch detailliertes Wissen (z.B. Regeln mit Ausnahmen; kausale Modelle)

Fuzzy-Logik

Cantorsche Menge (crisp set):

"Unter einer Menge verstehen wir jede Zusammenfassung von bestimmten wohl unterschiedenen Objekten unserer Anschauung oder unseres Denkens zu einem Ganzen".

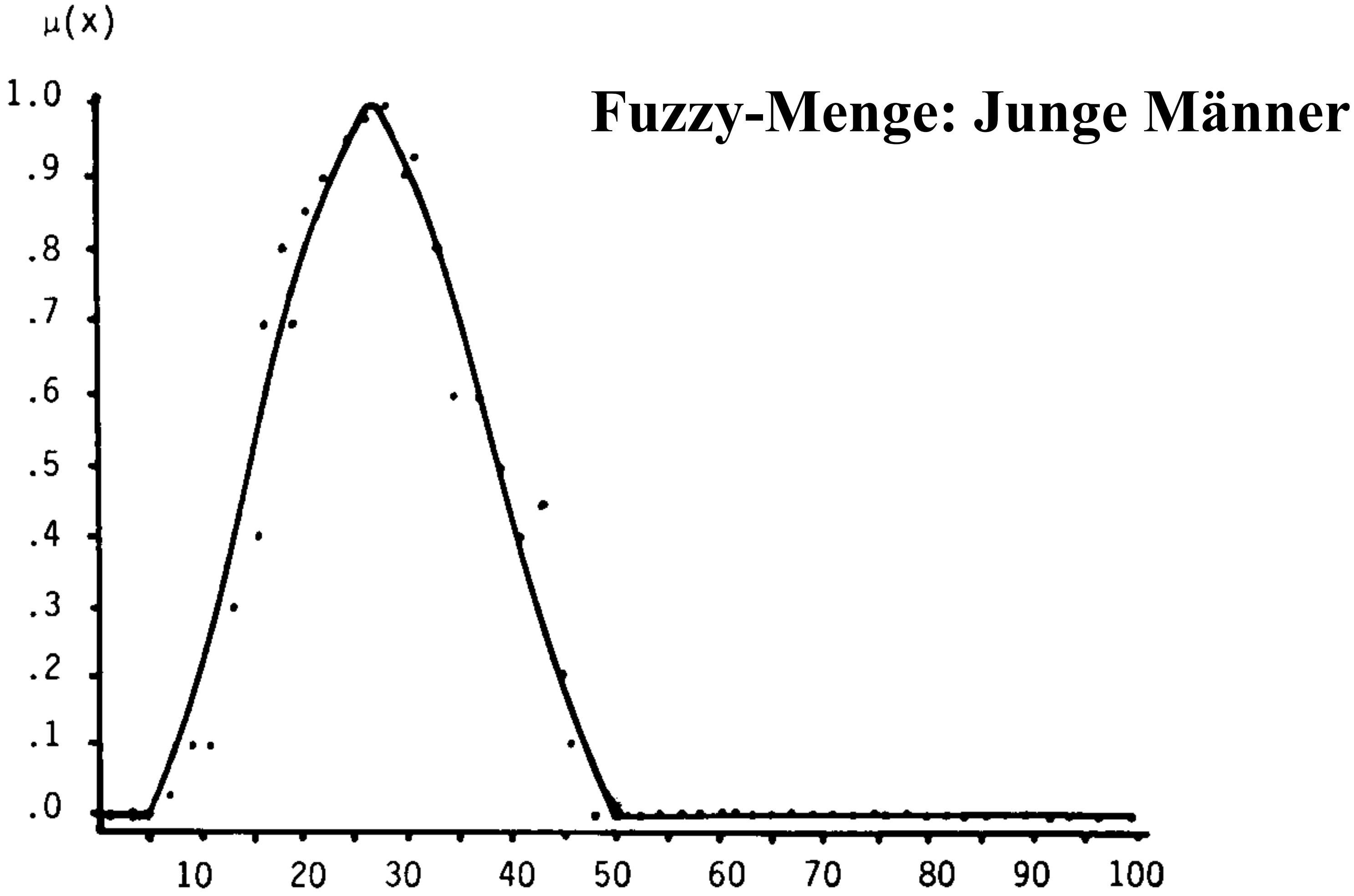
Fuzzy-Menge: (Zadeh 1965)

Ist X eine Menge von Objekten, die hinsichtlich einer unscharfen Aussage zu bewerten sind, so heißt sie eine **unscharfe Menge** auf X (**fuzzy set** in X).

$$\tilde{A} = \left\{ (x, \mu_A(x)) \mid x \in X \right\} \quad mit \quad \mu_A : X \rightarrow [0,1]$$

Die Bewertungsfunktion μ_A wird **Zugehörigkeitsfunktion** (**membership function**), **charakteristische Funktion** oder **Kompatibilitätsfunktion** genannt.

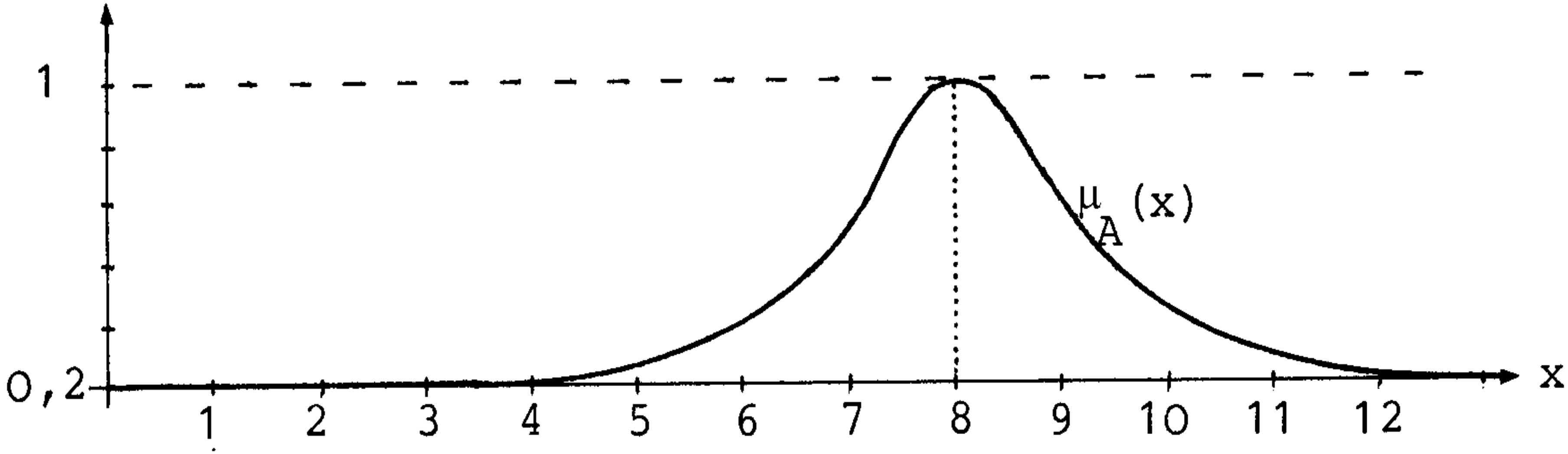
Beispiel



μ(x)
1.0
.9
.8
.7
.6
.5
.4
.3
.2
.1
.0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
Fuzzy-Menge: Junge Männer

Beispiel

Fuzzy-Mengen "ungefähr gleich 8" auf X = **R**



$$\tilde{A} = \left\{ (x, \mu_A(x)) \in \mathbf{R}^2 \;\middle|\; \mu_A(x) = \left(1 + (x-8)^2\right)^{-1} \right\}$$

Die unscharfe Teilmenge

$$\tilde{A} = \left\{ (x, \mu_A(x)) \;\middle|\; x \in X \right\} \quad mit \quad \mu_A : X \to \{0,1\}$$

entspricht der crispen Teilmenge $A = \left\{ x \in X \;\middle|\; \mu_A(x) = 1 \right\}$

Fuzzy-Zahlen

Eine konvexe, normalisierte unscharfe Menge $\widetilde{A}$ auf der Menge der reellen Zahlen **R** wird **Fuzzy-Zahl** (**fuzzy number**) genannt, wenn

i. genau eine reelle Zahl x_0 existiert mit $\mu_A(x_0) = 1$ und

ii. μ_A stückweise stetig ist.

Die Stelle x_0 heißt dann **Gipfelpunkt** (**mean value**) von $\widetilde{A}$.

Eine Fuzzy-Zahl heißt **positiv**, und man schreibt $\widetilde{A} > 0$,

wenn $\mu_A(x) = 0 \quad \forall x \leq 0$

Eine Fuzzy-Zahl heißt **negativ**, und man schreibt $\widetilde{A} < 0$,
wenn $\mu_A(x) = 0 \quad \forall x \geq 0$

Fuzzy Schließen

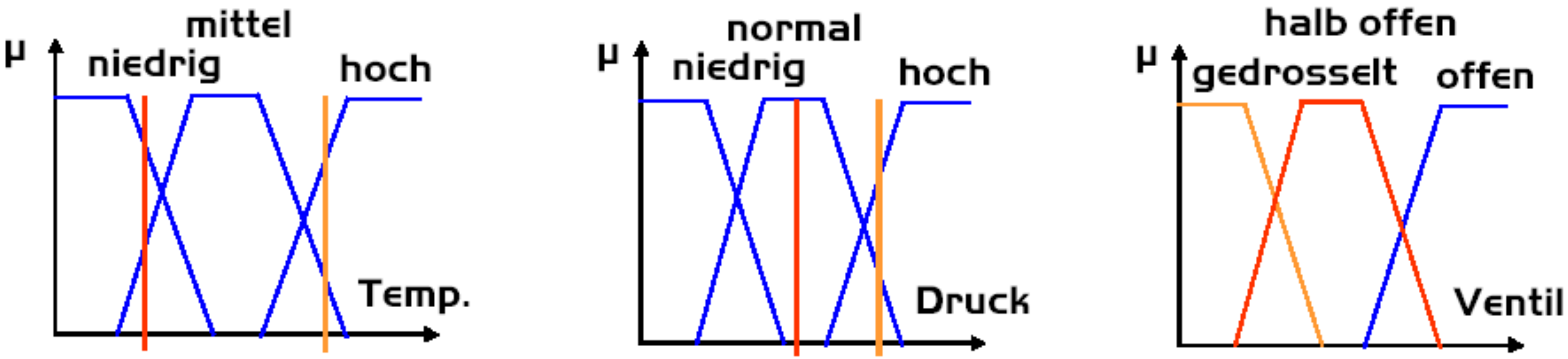
- Oft ist ein Wert X in mehreren Mengen
- Je nach Anwendung werden die Mengenfunktionen kombiniert und neue Eigenschaften für X berechnet.
- Konventionen für “and”, “or” und “not”

  f1(x) and f2(x) = min(f1(x), f2(x))

  f1(x) or f2(x) = max(f1(x), f2(x))

  not f1(x) = 1 – f1(x)

Fuzzy-Regeln



- Regel 1: WENN Temp = hoch ODER Druck = hoch
  DANN Ventil = gedrosselt
- Regel 2: WENN Temp = mittel UND Druck = normal
  DANN Ventil = halb offen
- Regel n: WENN X_1 = FuzzySet A_{1i} OP X_2 = FuzzySet A_{2i}
  DANN Y = FuzzySet B_j

Schlussfolgerung = Inferenz

Druck	Temp.
normal=1.0	mittel=0.3
niedrig=0	niedrig=0
hoch=0.6	hoch=0.8

Regel 1: WENN Temp = 0.8 max-op Druck = 0.6
DANN Ventil = gedrosselt (0.8)

Regel 2: WENN Temp = 0.3 min-op Druck = 1.0
DANN Ventil = halb offen (0.3)

Defuzzifikation – Gewinnung eines scharfen Wertes aus einer Fuzzy-Menge

Nichtmonotones Schließen

Problem der Unvollständigkeit

- Bei Vorliegen unvollständiger Daten kann es vorkommen, dass bereits vorgenommene Ableitungen aufgrund neuer Information zurückgenommen werden müssen, z.B.:
  - ⇨ Erwartungswerte (Defaults) werden überschrieben
  - ⇨ Bekanntwerden von Ausnahmen von Regeln
  - ⇨ Bekanntwerden gegenteiliger Evidenz für etablierte Schlüsse
  - ⇨ Korrektur von Eingabedaten
  - ⇨ zeitliche Änderung von Eingabedaten

Bekanntwerden neuer Fakten

Beispiel (PROLOG mit Closed-World Assumption):

(Closed-World Assumption (CWA): Wenn F nicht beweisbar ist, wird ¬F angenommen)

```
fliegt(X)       :- vogel(X), not strange(X).
strange(X)      :- pinguin(X).
vogel(tweety).
fliegt(tweety)? ➔ Yes
```

```
fliegt(X)       :- vogel(X), not strange(X).
strange(X)      :- pinguin(X).
vogel(tweety).
pinguin(tweety).
fliegt(tweety)? ➔ No
```

Regeln mit Ausnahmen

a) A → B UNLESS C

b) A ∧ ¬C → B

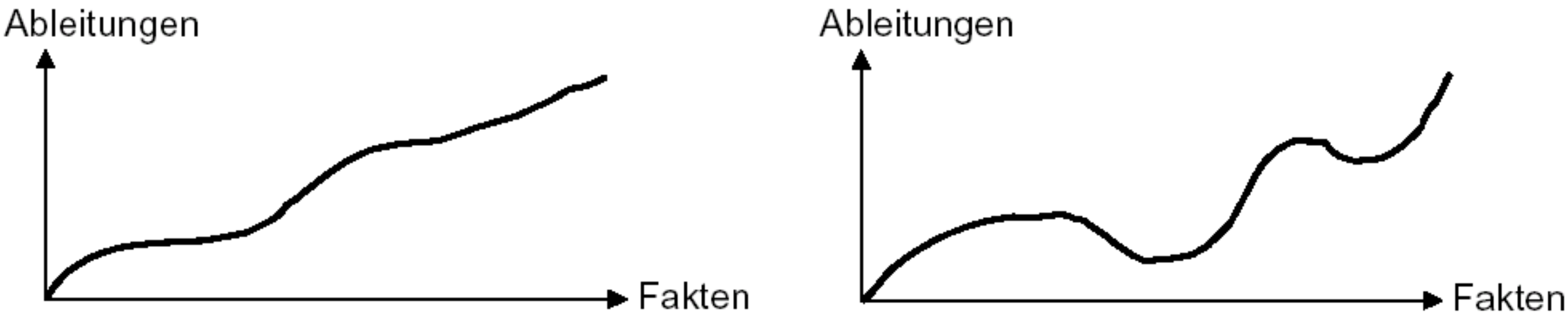
Bei Unkenntnis von C (C oder ¬C) kann zugunsten oder gegen die Regel entschieden werden

Ausnahmen erfordern 3-wertige Logik (wahr, falsch, unbekannt)

Regeln mit Ausnahmen führen unmittelbar zur Nichtmonotonie, denn im Fall (a) kann durch Zusatzinformation klar werden, dass ein Ausnahmefall vorliegt (d.h. Konklusionen sind plausibel, nicht korrekt)

Nichtmonotones Schließen auch bei 2-wertiger Logik, falls unbeweisbar als falsch angenommen wird (CWA)

Nichtmonotones Schließen



- Monotones Schließen: Kenntnis weiterer Fakten erhält alle bisherigen Ableitungen
- Nichtmonotones Schließen: Kenntnis weiterer Fakten kann vorher abgeleitete Fakten unableitbar machen
- PL-1 ist monoton!
- Nichtmonotones Schließen in PL-1 nicht modellierbar!

Ansätze zur Formalisierung

- Modale nichtmonotone Logiken
  - ⇨ logische Sprache wird um sog. Modaloperatoren erweitert
- Default-Logiken
  - ⇨ Einführung nichtmonotoner Inferenzregeln
- Circumscription
  - ⇨ Minimierung der Extension bestimmter Prädikate
  - ⇨ hier nicht weiter betrachtet; siehe z.B. Görz, Kapitel 1.2

Problem für TMS (auch RMS)

- in nichtmonotonen Systemen kann es nötig sein, gezogene Schlüsse zu widerrufen
- Von einer revidierten Schlussfolgerung können weitere Schlussfolgerungen abhängen, die vor der Revision schon abgeleitet waren.
  - ⇨ Die Rücknahme eines Elements in diesem Netzwerk von Schlussfolgerungen kann eine Kettenreaktion auslösen.
- Aufgabe der „Belief Revision" (durch Truth-Maintenance-Systeme oder Reasoning-Maintenance-Systeme):
  - ⇨ Herstellung eines Zustandes, der entstanden wäre, wenn man das neue oder geänderte Faktum gleich von Anfang an berücksichtigt hätte.

Revision von Schlussfolgerungen

- Einfachstes Verfahren:
  - ⇨ Neuberechnung aller Schlussfolgerungen aus den veränderten Eingabedaten
- Verbesserung:
  - ⇨ Abspeichern eines Protokolls aller Schlussfolgerungen und Neuberechnung ab dem Zeitpunkt der ersten Verwendung der kritischen Schlussfolgerungen (Backtracking).
- Wesentlich ökonomischer:
  - ⇨ Nur die Schlussfolgerungen korrigieren, die tatsächlich von einer Änderung betroffen sind.

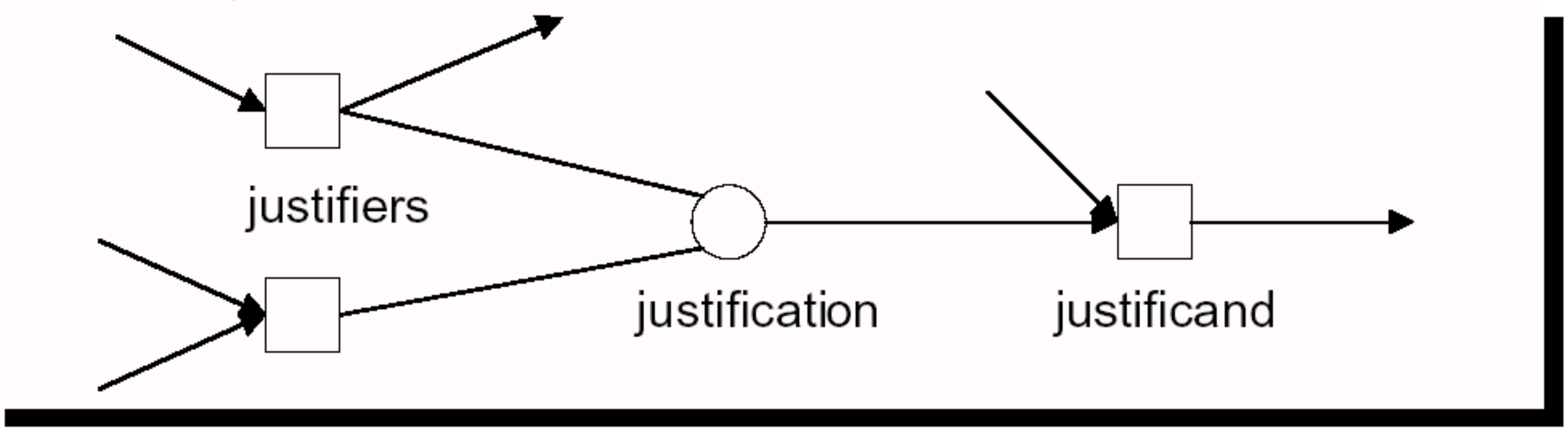
Problem der Datenabhängigkeit

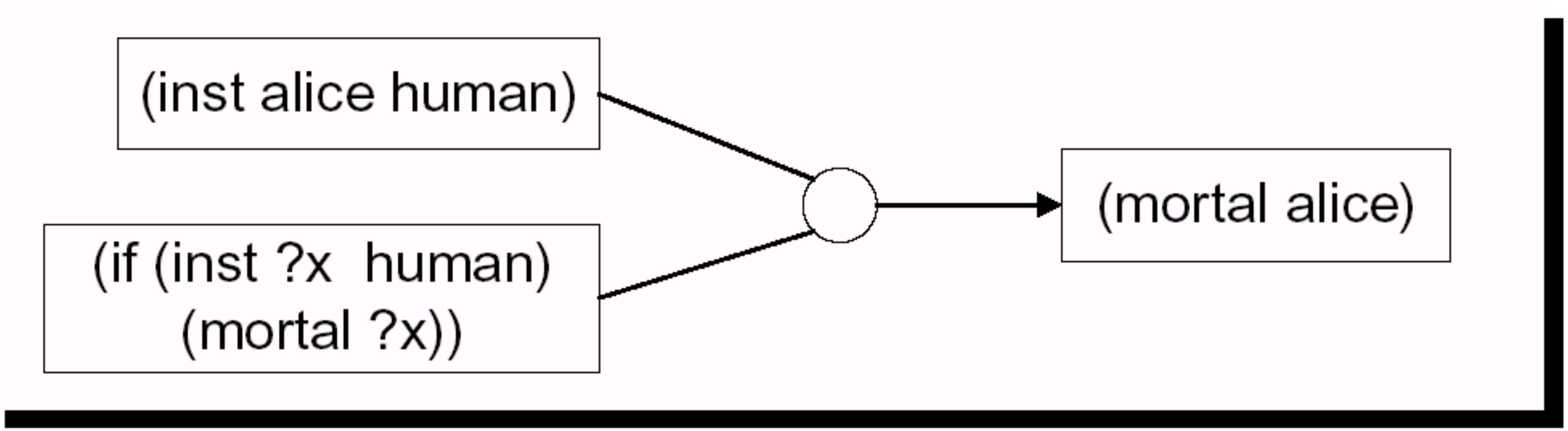
➢ Datenbasiseintrag:	p
➢ späterer Eintrag:	$p \rightarrow q$
➢ Vorwärtsverkettung: Eintrag	q
➢ Löschen der Voraussetzungen:	$\cancel{p}$
➢ q ist nicht mehr begründet!	$\cancel{q}$

- Löschen von Einträgen zieht Löschen von Folgerungen nach sich
- D.h. Das Fortbestehen eines Datums q in einer Datenbasis ist abhängig vom Fortbestehen der Voraussetzung p

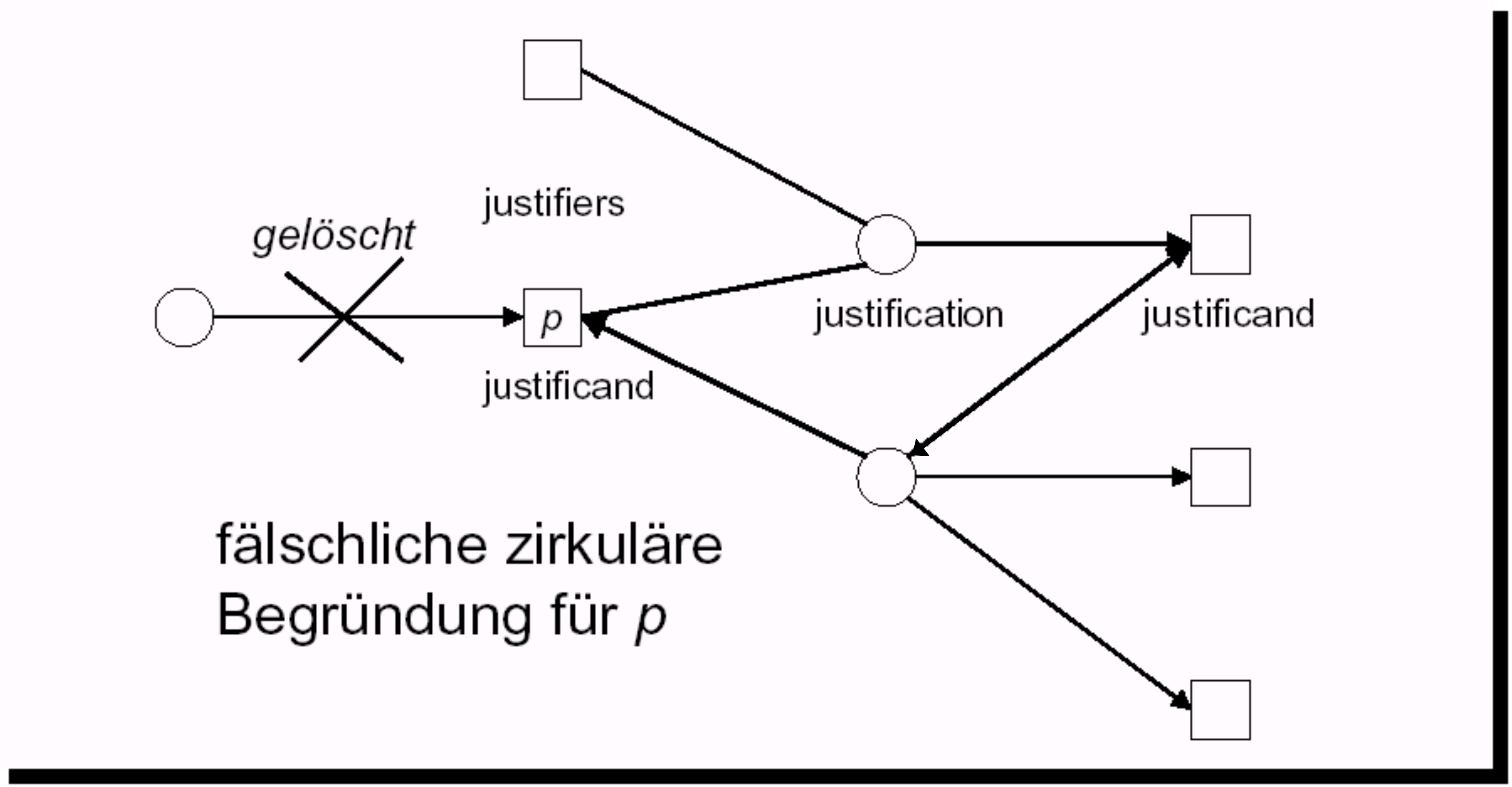
Datenabhängigkeit: Lösungsidee

- Begründungsnotiz für Einträge (data dependency note)
- • Grund (justifier) • Begründung (justification) • Begründetes (justificand)





Technische Schwierigkeit



Grundidee für „Believe Revision“

- für jede gemachte Schlussfolgerung ihre Begründung mit abspeichern
- bei Rücknahme eines Faktums (rekursiv) überprüfen, welche Begründungen dadurch ungültig werden

- Wichtigste Ansätze:
  - JTMS (Justification-based TMS)
  - ATMS (Assumption-based TMS)
- Beim JTMS werden direkte Begründungen, beim ATMS Basisannahmen, die einer Begründung zugrunde liegen (in Form markierter Kontexte) abgespeichert.

Basisalgorithmus des JTMS

- Eingabe: Änderung eines Faktums
- Ausgabe: Propagierung der Änderung mit Herstellung eines konsistenten Zustandes

1. Wenn ein Eingabedatum oder eine Schlussfolgerung sich ändert, überprüfe alle damit verbundenen Begründungen;
2. Wenn eine Begründung ungültig wird, überprüfe, ob die Schlussfolgerung noch weitere Begründungen hat;
3. Wenn eine Schlussfolgerung keine gültigen Begründungen mehr hat, ziehe sie zurück und rufe den Algorithmus rekursiv mit der zurückgezogenen Schlussfolgerung auf, sonst: keine Änderung nötig.

Bemerkung

Ein Truth-Maintenance-System

- ist ein System zur „Wahrheitswartung“: Revision der bisher geglaubten Annahmen („beliefs“)
- speichert und verwaltet Abhängigkeiten zwischen Fakten in einem Netzwerk aus Rechtfertigungen
- kennt nicht den mit den Knoten assoziierten Inhalt
- muss im Extremfall zwischen je zwei Ableitungsschritten eines Inferenzsystems angestoßen werden

Literatur

- Fuzzy Sets:
  - ⇨ Kruse, Gebhardt und Klawonn, Foundations of Fuzzy Systems, Wiley 1994.
- Nichtmonotones Schließen:
  - ⇨ Puppe, Einführung in Expertensysteme, Kap. 8
- Probabilistisches Schließen:
  - ⇨ Puppe, Einführung in Expertensysteme, Kap. 7
- Datenabhängigkeiten:
  - ⇨ Charniak & McDermott, Kapitel 7, Seite 411-416
- Probabilistisches Schließen, Bayes:
  - ⇨ Russel & Norvig (2. Auflage), Kapitel 14, 16, 17