

Teil 3

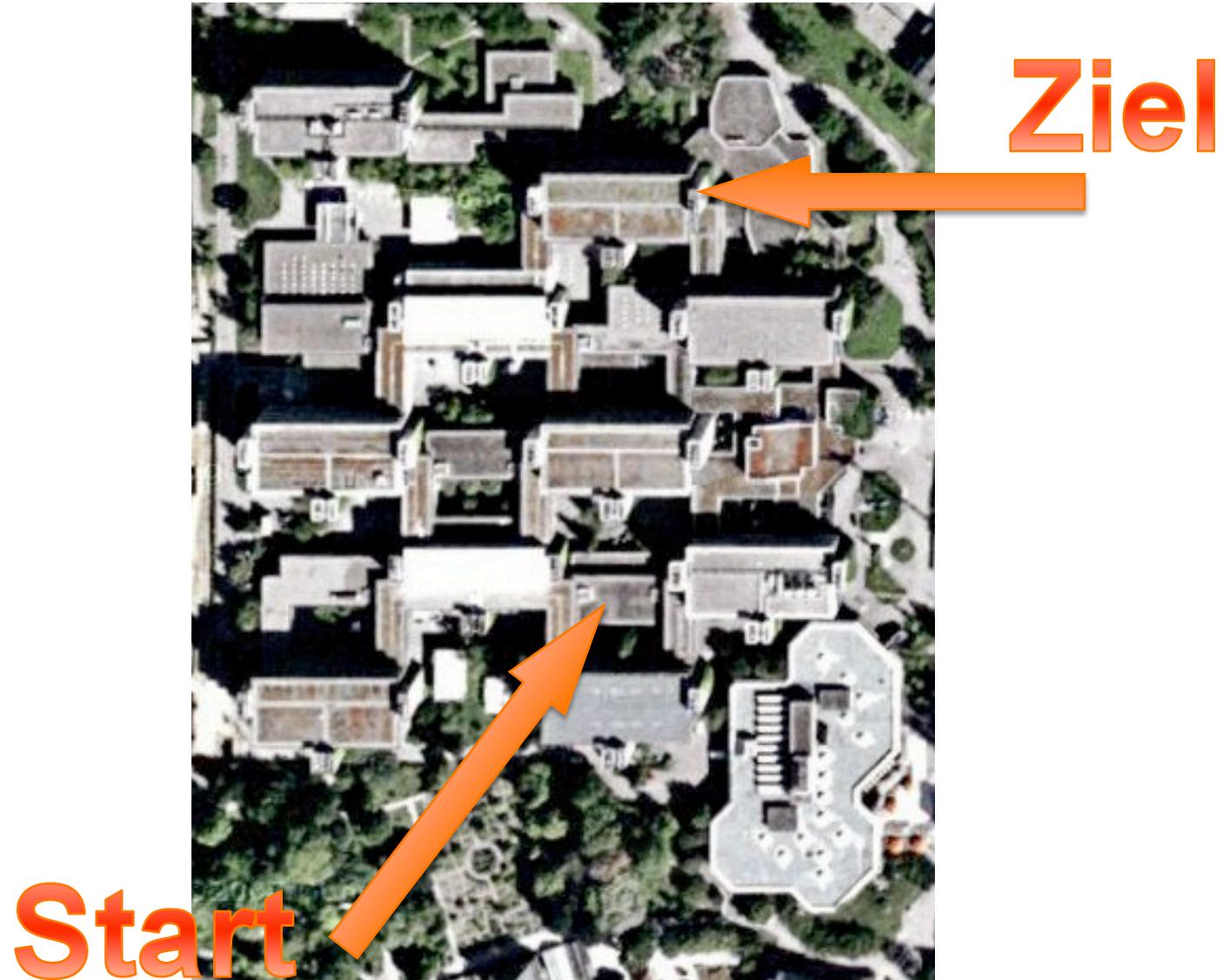
Suchverfahren



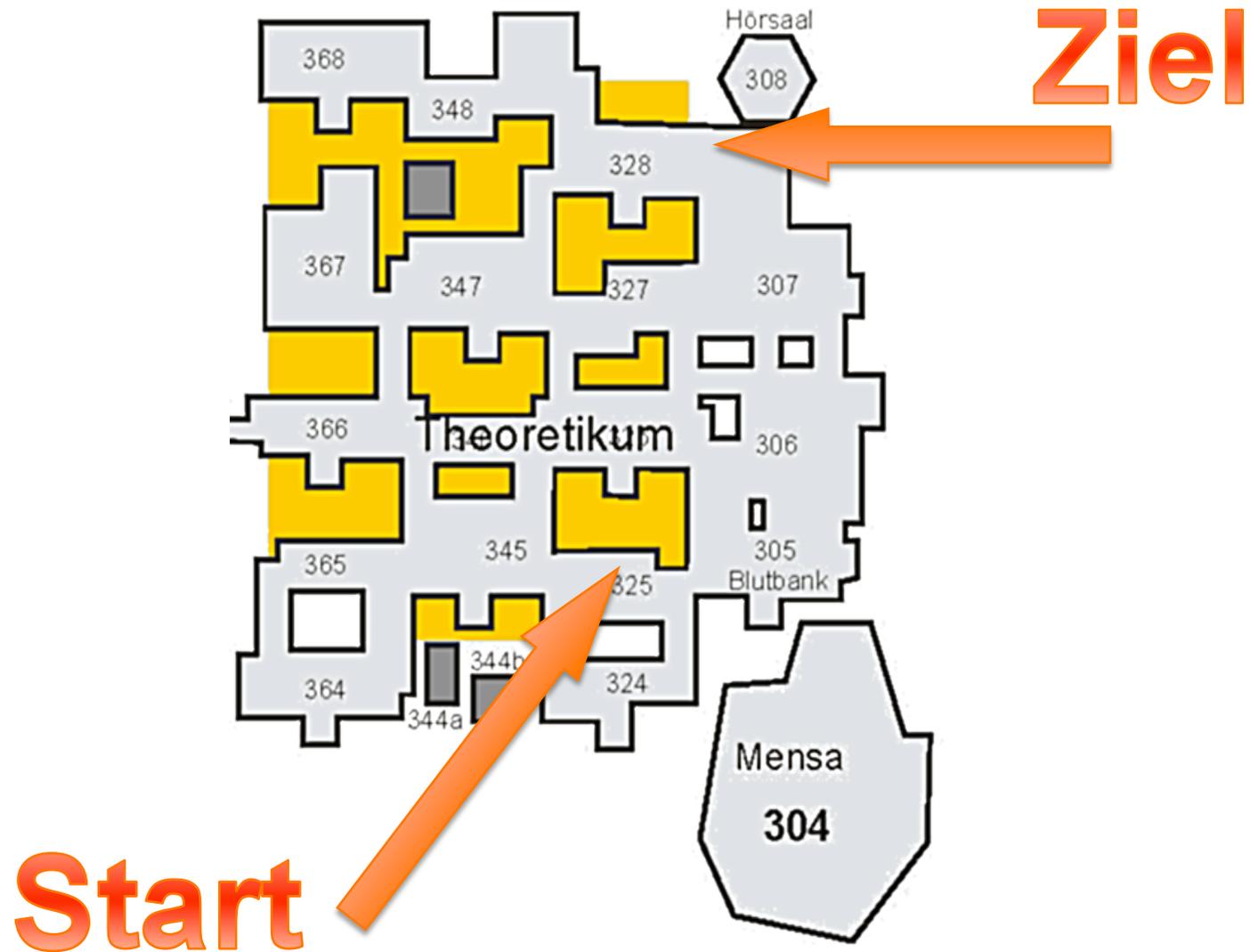
Überblick

- Suchproblem
- Allgemeines Suchverfahren
- Nicht informierte Suche
- Informierte Suche
- Iterative Suche
- Spiele

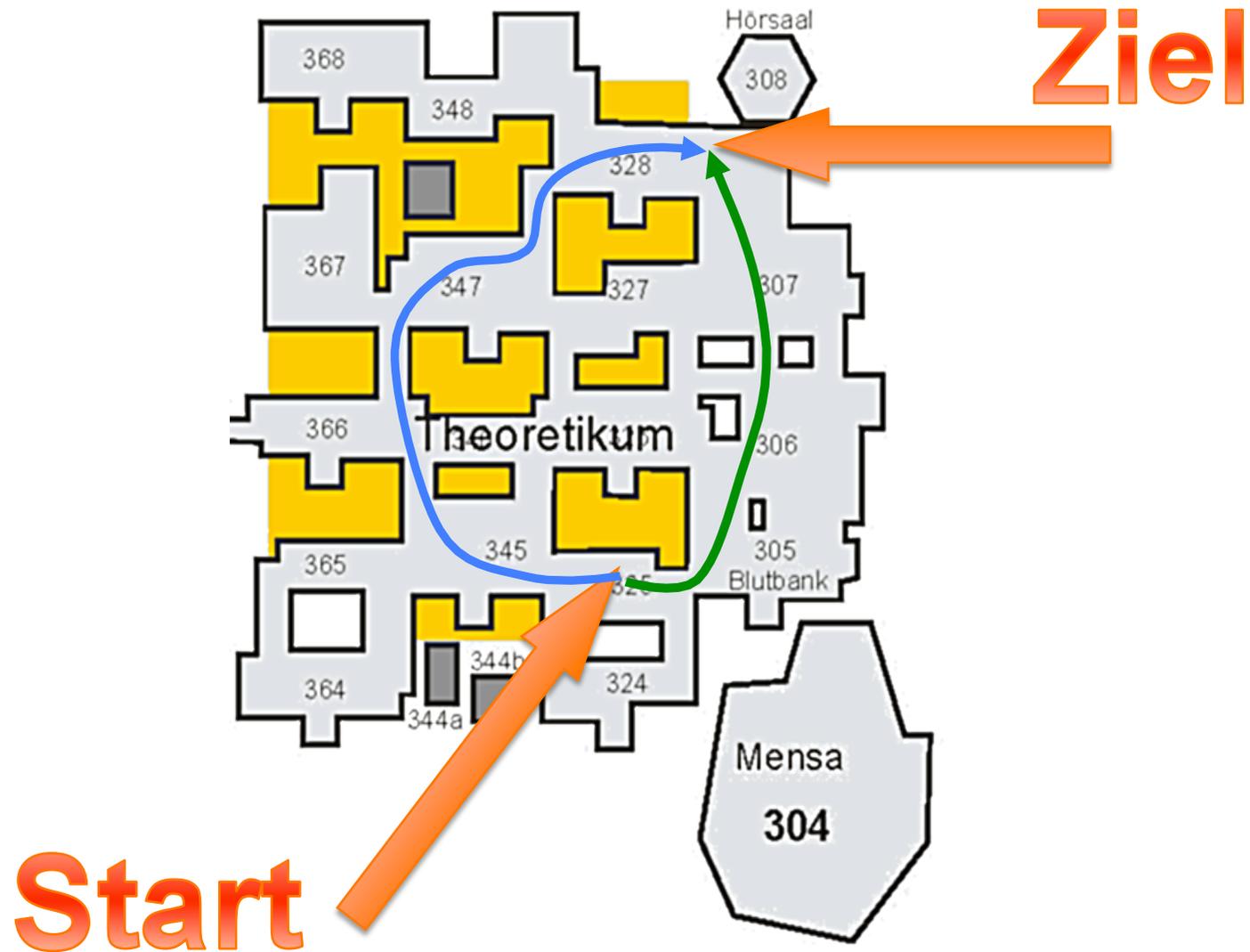
Beispiel 1



Beispiel 1



Beispiel 1



SUCHPROBLEME

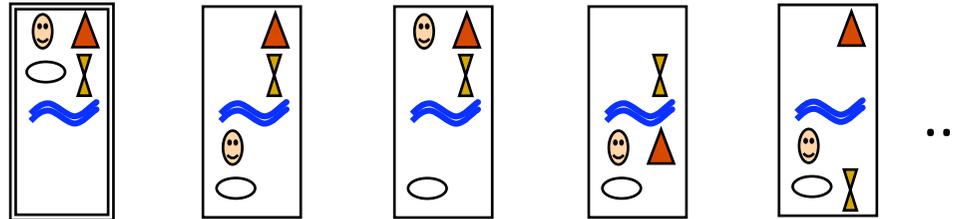
Problemlösen durch Suche

- Problemformulierung = Beschreibung des Suchraums:
 - ⇒ Zustandsraum Z
 - ⇒ Startzustand s
 - ⇒ Zielzustand g und Zieltestfunktion
 - ⇒ Menge von Aktionen (Operatoren) A
 - ⇒ Zustandsübergangsfunktion $f: Z \times A \mapsto Z, f(z, a) = z'$
 - ⇒ Pfadkostenfunktion
- Lösung
 - ⇒ Pfad vom Start- zum Zielzustand als Folge von Zuständen bzw. Operatoren
- Performance-Evaluierung durch Addition von
 - ⇒ Kosten für den Pfad und
 - ⇒ Kosten für die Suche

Beispiel 2

Bauer, Fuchs, Gans und Getreide

➤ Zustände:



➤ Operatoren:

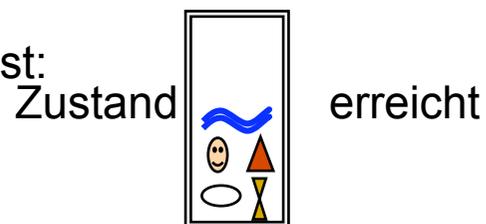
Bauer überquert Fluss mit Fuchs, Gans oder Getreide

➤ Nicht erlaubt Zustände

⇒ Fuchs allein mit Gans (Fuchs frisst Gans)

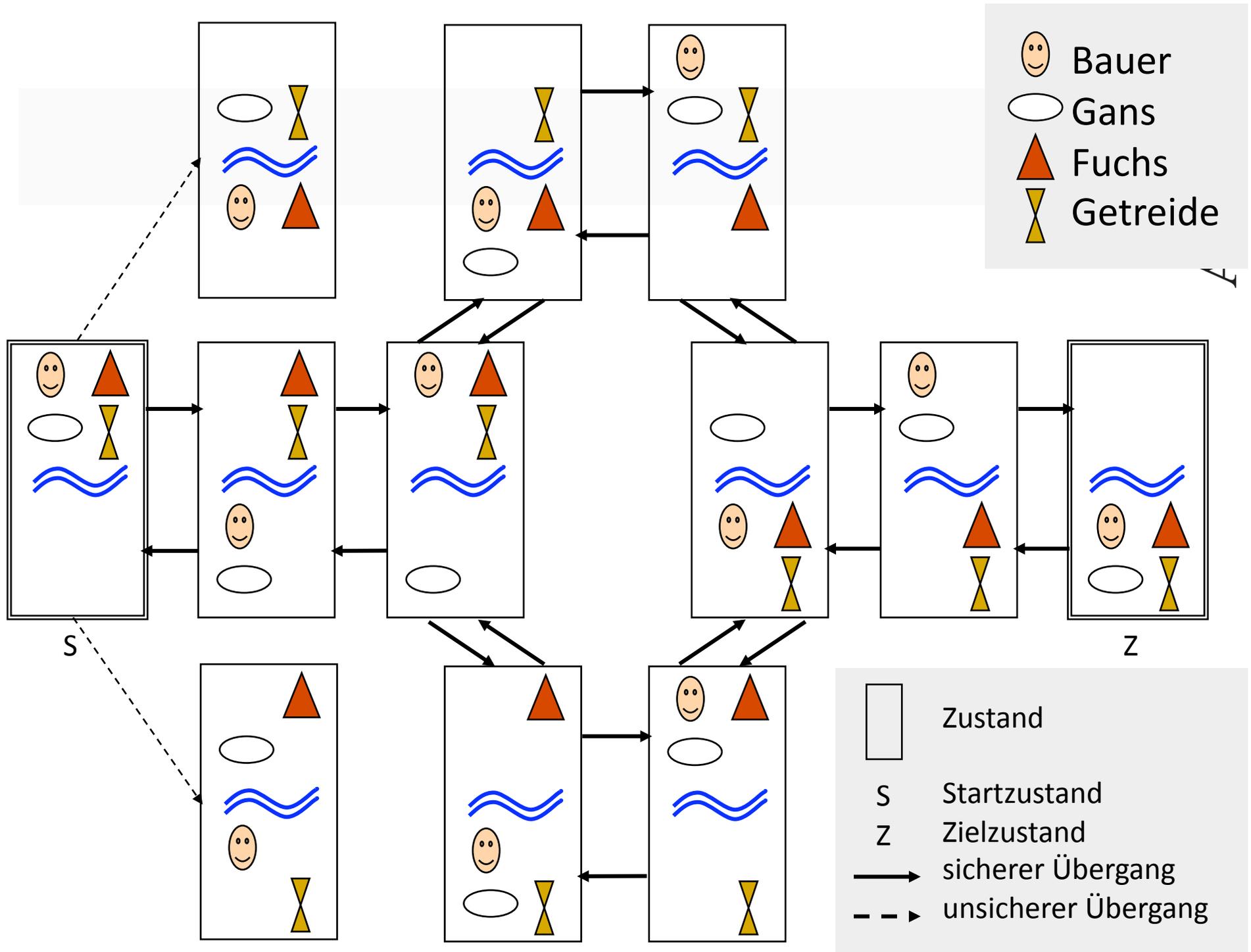
⇒ Gans allein mit Getreide (Gans frisst Getreide)

➤ Ziel-Test:



➤ Pfad-Kosten:

Anzahl der Überquerungen



Beispiel 3

- 8er Puzzle
 - ⇒ Zustände:
Positionen der Teile
 - ⇒ Operatoren:
leeres Teil nach {links, rechts, auf, ab}
bewegen
 - ⇒ Ziel-Test:
Zielzustand erreicht?
 - ⇒ Pfad-Kosten:
Anzahl der Bewegungen
- Bestimmung der optimalen Lösung für n -Puzzle
ist NP-hart

5	4	
6	1	8
7	3	2

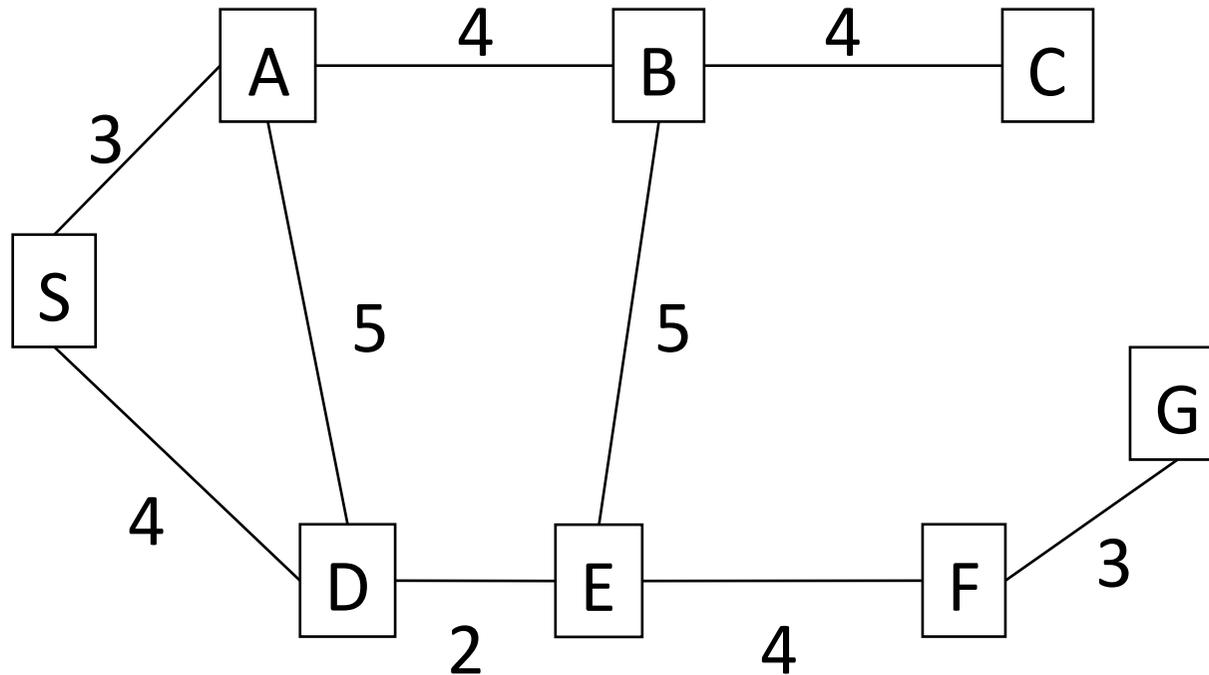


1	2	3
8		4
7	6	5

Vorgehensweise

- **Problemformulierung** (Zustände, Operatoren, Ziele, Kostenfunktion)
- (Partieller) Aufbau eines **Suchbaums**:
 - ⇒ Wurzel stellt Anfangszustand dar,
 - ⇒ Nachfolgeknoten sind die jeweils direkt erreichbaren Folgezustände
 - ⇒ zusätzliche Informationen für jeden Knoten: Tiefe bzw. Kosten
 - ⇒ keine Zyklen (Abbruch, bevor ein solcher entsteht)
- Verwaltung einer Pfadliste, die potentielle Wege vom Start in Richtung Ziel enthält

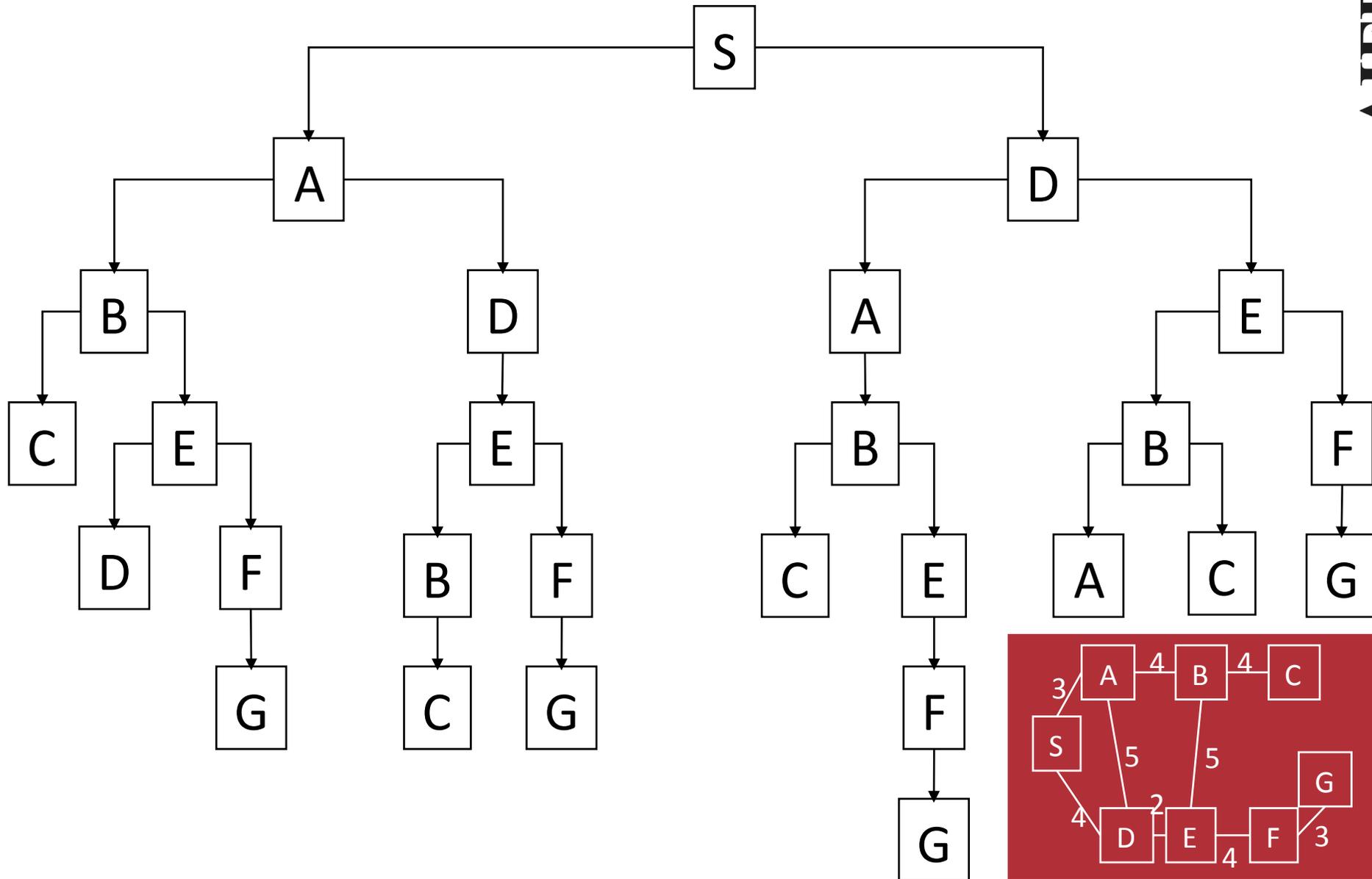
Problemstellung



Gegeben: Gewichteter Graph

Gesucht: Kostenminimaler Pfad von S nach G

Suchbaum



Generischer Algorithmus

- Allgemeine Suche:
 - ⇒ Initialisiere die Liste der Pfade mit dem Pfad (der Länge 0), der nur aus dem Wurzel-Element besteht
 - ⇒ Solange die Liste der Pfade nicht leer ist, und das Ziel nicht erreicht wurde:
 - ✧ Wähle einen Pfad aus der Liste.
 - ✧ Ersetze ihn durch alle Pfade, die aus diesem Pfad durch Erweiterung um einen der Nachfolger entstehen.
 - ✧ Pfade, die eine Schleife enthalten, werden gelöscht.
 - ✧ Pfade, die nicht weiter führen, werden gelöscht.
- Unterschiede zwischen den Verfahren (im Wesentlichen):
 - ⇒ Auswahl des zu ersetzenden Pfades (Verwaltung der Pfadliste)

Beurteilung von Suchverfahren

- Vollständigkeit
 - ⇒ Ein Suchverfahren heißt **vollständig**, wenn es für jedes bearbeitete Problem, für das eine Lösung existiert, eine Lösung findet
- Komplexität:
 - ⇒ Abhängig von Tiefe m , Verzweigungsgrad b des Suchbaums
 - ⇒ Zeit
 - ⇒ Speicher
- Optimalität
 - ⇒ Ein Suchverfahren heißt **optimal**, wenn die durch das Verfahren gefundene Lösung von allen möglichen Lösungen für das bearbeitete Problem die geringsten Kosten aufweist

SUCHVERFAHREN IM ÜBERBLICK

Nicht informierte Suche (1)

Nicht optimale Verfahren

- **Breitensuche:** Es wird jeweils der erste Pfad ausgewählt, neue Pfade werden an das Ende der Liste angehängt (Schlange, FIFO-Prinzip)
- **Strahlensuche:** Wie Breitensuche, beschränkt sich jedoch auf eine Auswahl von w Knoten in jeder Suche Ebene (z.B. anhand der bisherigen Kosten)
- **Bidirektionale Breitensuche:** Es wird ein zweiter Suchbaum aufgestellt, der vom Ziel ausgehend rückwärts sucht.
Eine Lösung ist gefunden, wenn sich beide Suchbäume treffen.
- **Tiefensuche:** Es wird jeweils der erste Pfad ausgewählt, neue Pfade werden an den Kopf der Liste gestellt (Stack, LIFO-Prinzip)
- **Varianten der Tiefensuche:** Tiefensuche mit Begrenzung der Suchtiefe und/oder schrittweiser Erweiterung der Suchtiefe (**Iterative Deepening**)

Nicht-informierte Suche (2)

Optimale Verfahren

- **Britisches Museum:** Der gesamte Suchbaum wird untersucht (mit Tiefen- oder Breitensuche), insbes. kein Abbruch wenn Ziel zum ersten Mal gefunden wird. Alle Pfade zum Ziel werden gefunden.
- **Branch & Bound:** Es wird jeweils der Pfad ausgewählt, der **bisher die geringsten Kosten** verursacht hat.
- **Branch & Bound + Dynamisches Programmierung:** Wie B&B, zusätzliche Überlegungen **vermeiden Suche auf redundanten Teilpfaden.**

Informierte Suche (1)

Es existiert eine Funktion zur Schätzung der Restkosten bis zum Ziel vom aktuellen Knoten aus

Nicht optimale Verfahren: Es wird jeweils der Pfad ausgewählt, der am erfolgversprechendsten aussieht

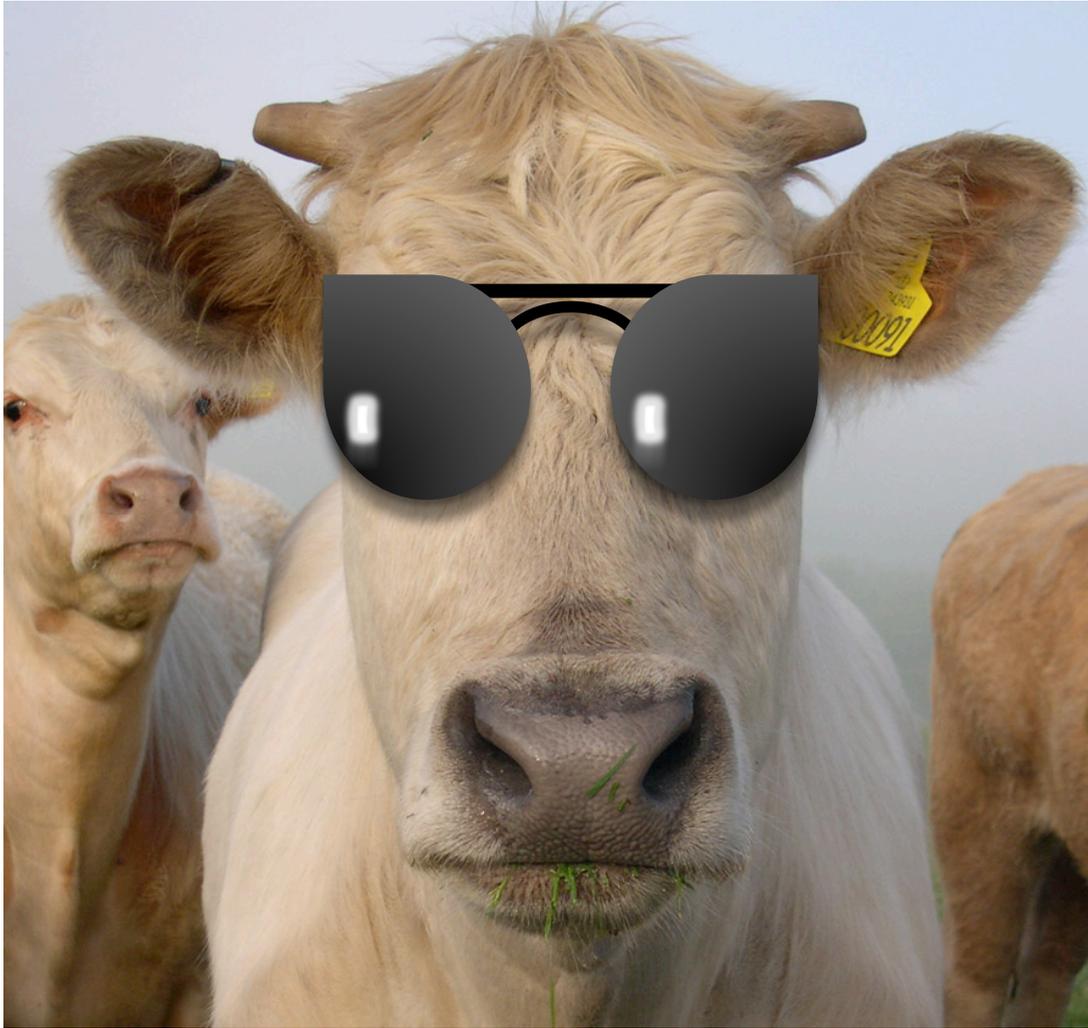
- **Strahlensuche:** Wie Breitensuche, beschränkt sich jedoch auf eine Auswahl von w Knoten in jeder Suche Ebene (anhand der Schätzfunktion)
- **Bergsteigen (Hillclimbing):** Wie Tiefensuche, die Reihenfolge der zu besuchenden Nachfolgerknoten wird anhand der Schätzfunktion festgelegt (aufsteigende Sortierung)
- **Besten-Suche:** Es wird jeweils der Pfad ausgewählt, der dem Ziel am nächsten zu sein scheint (geringste geschätzte Restkosten)

Informierte Suche (2)

Es existiert eine **optimistische** Funktion zur Schätzung der Restkosten bis zum Ziel vom aktuellen Knoten aus

Optimale Verfahren

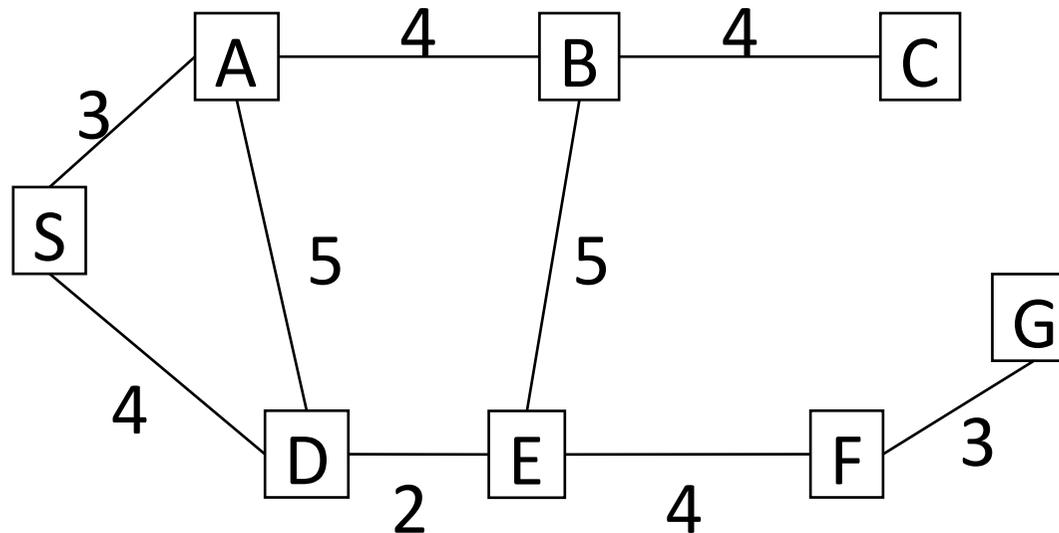
- **Branch & Bound + Restkostenabschätzung:** Es wird jeweils der Pfad ausgewählt, bei dem die Summe der bisherigen Kosten und der geschätzten Restkosten minimal ist
- **A*:** Branch & Bound + Dynamische Programmierung + Restkostenabschätzung



**„Blinde Kuh“:
NICHT INFORMIERTE SUCHE**

Aufgabe

- Wenden Sie die Breitensuche für den gezeigten Graphen an beginnend bei S!
 - ⇒ Geben Sie dazu die entstehende Pfadliste pro Suchschritt an

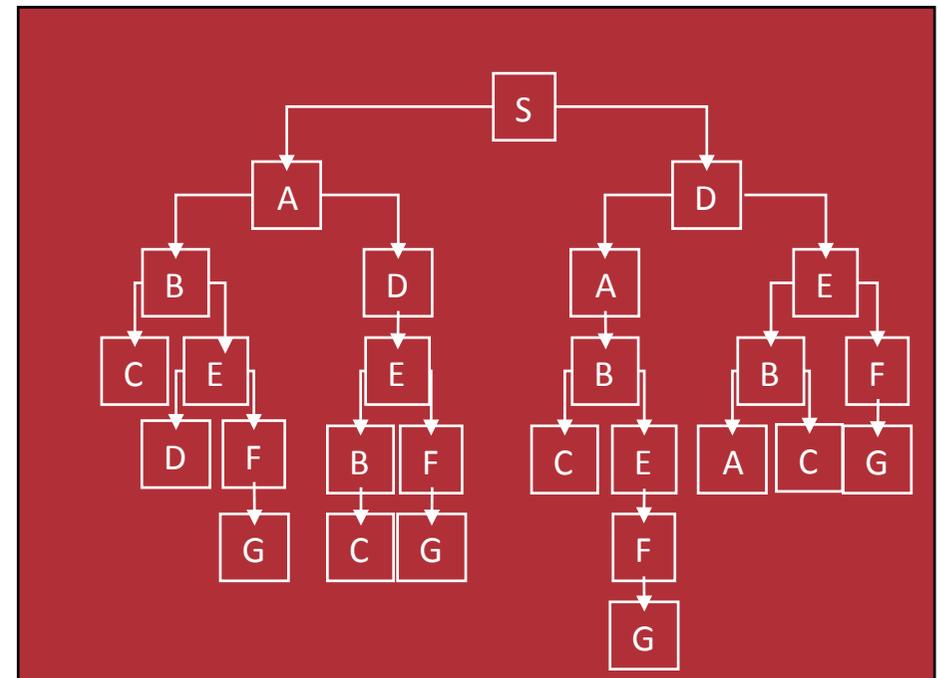


Breitensuche I

Schritt 1

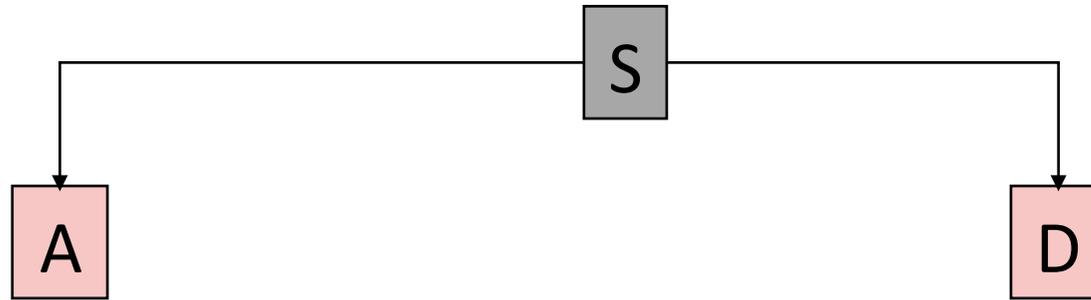
S

Liste:
{S}

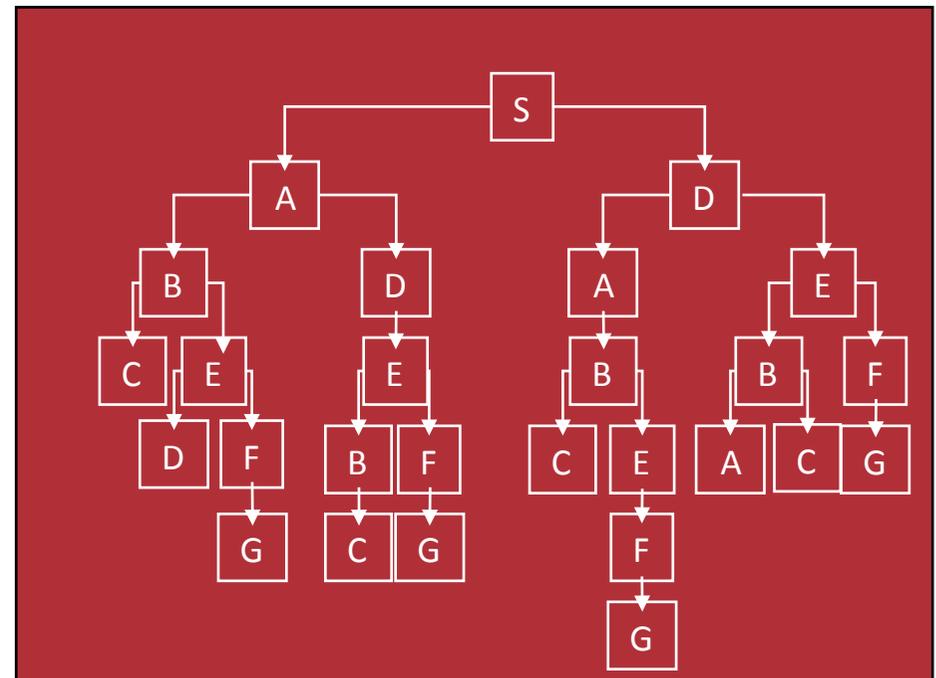


Breitensuche II

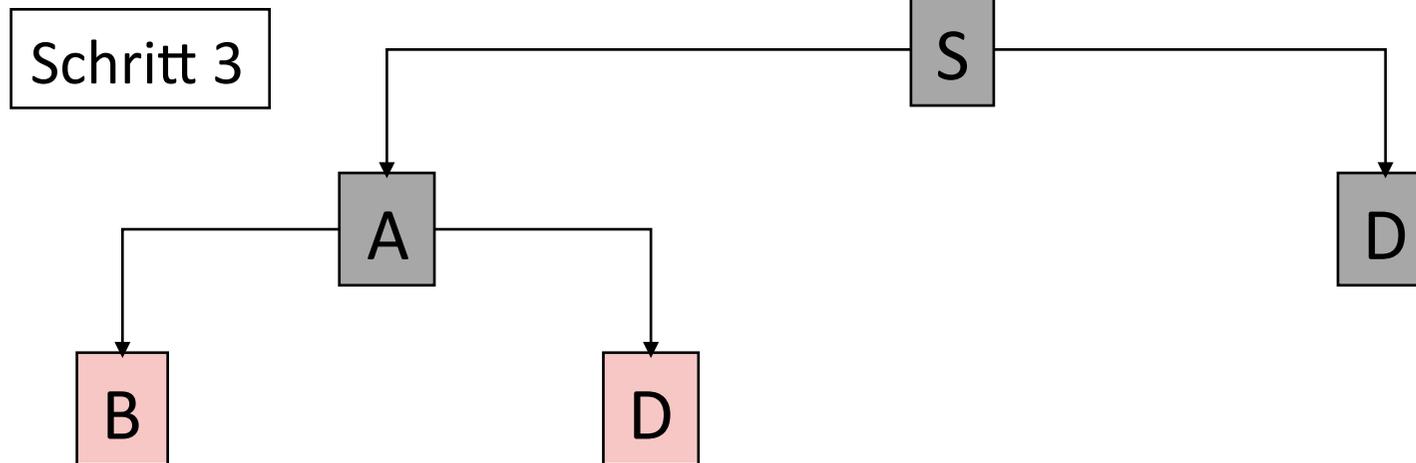
Schritt 2



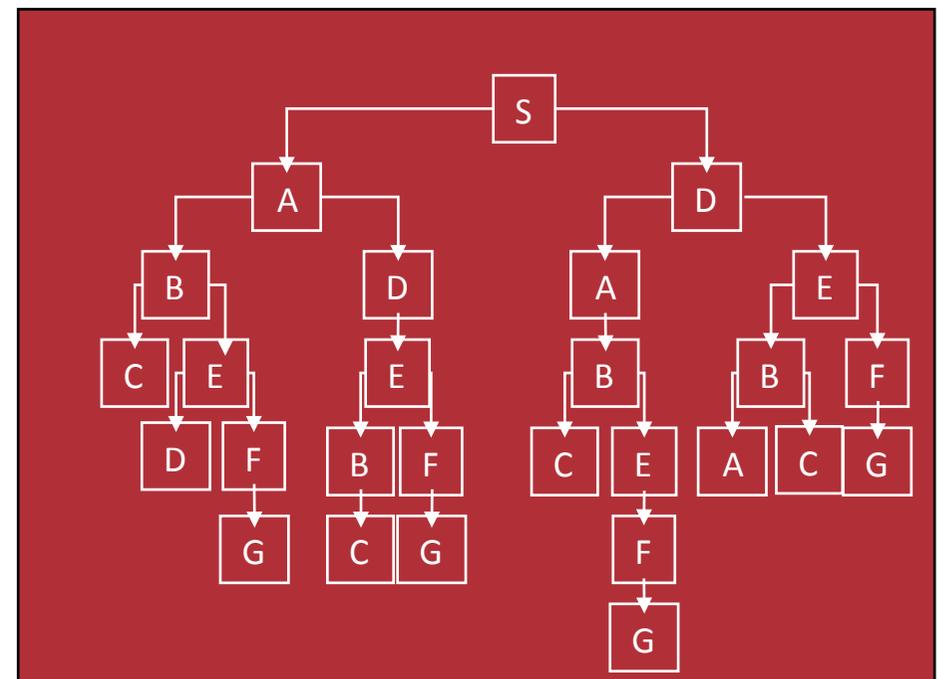
Liste:
 → {S,A}
 {S,D}



Breitensuche III

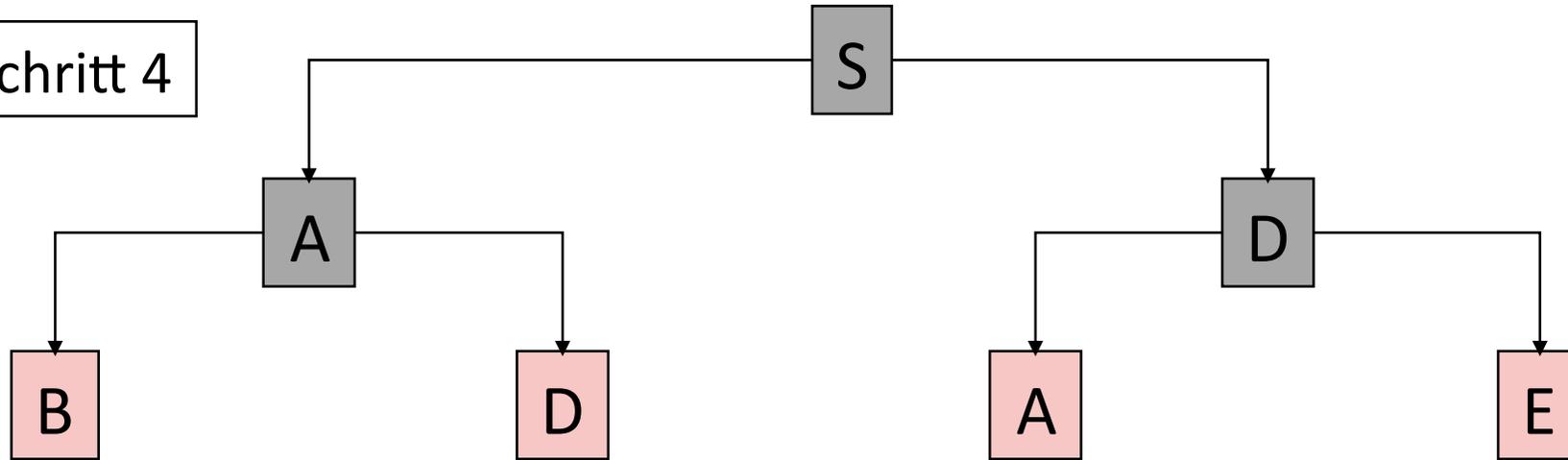


- Liste:
- {S,D}
 - {S,A,B}
 - {S,A,D}

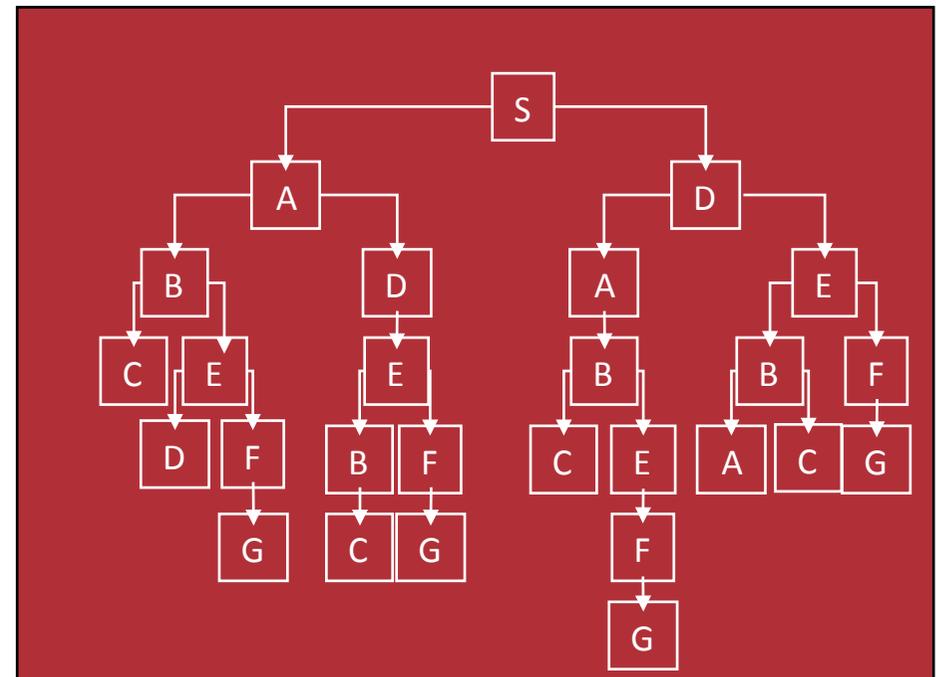


Breitensuche IV

Schritt 4

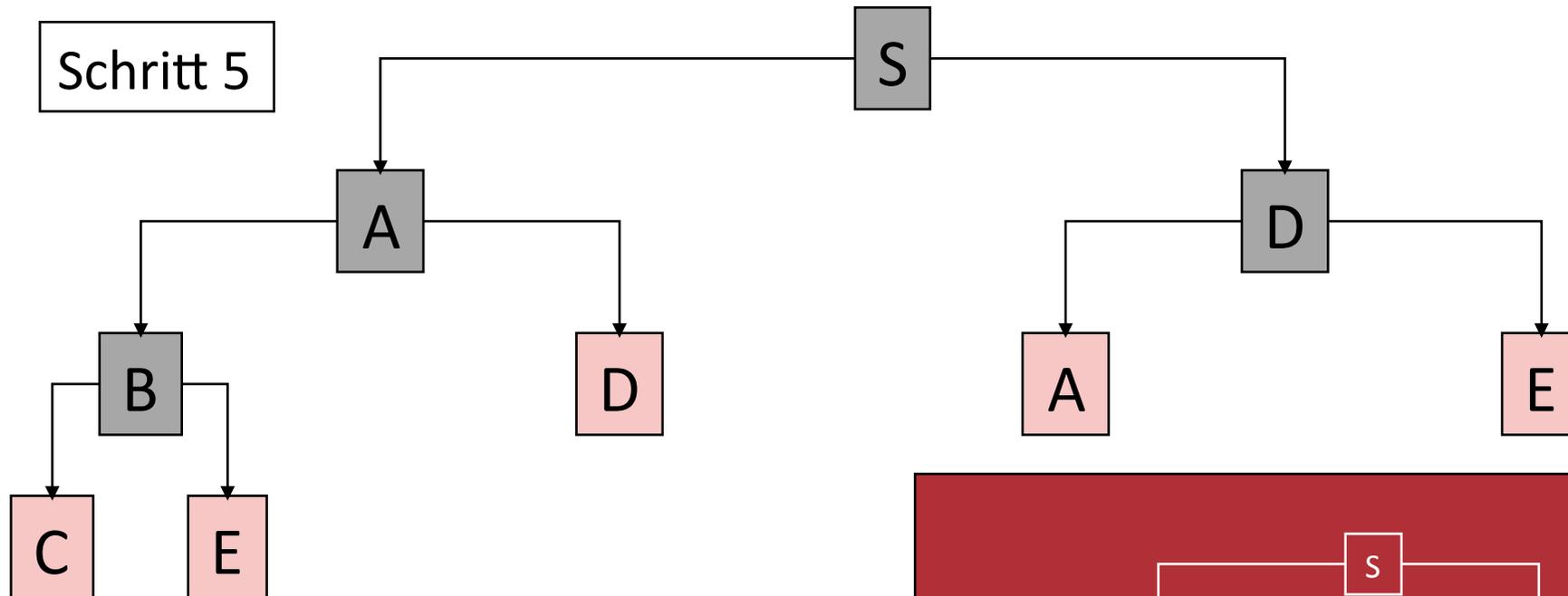


- Liste:
- {S,A,B}
 - {S,A,D}
 - {S,D,A}
 - {S,D,E}

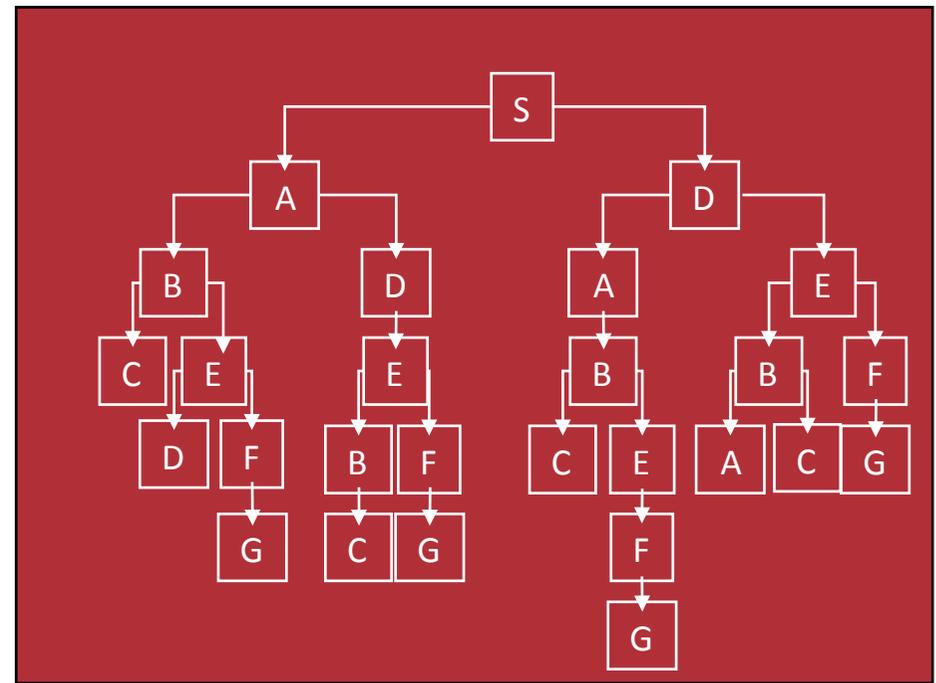


Breitensuche V

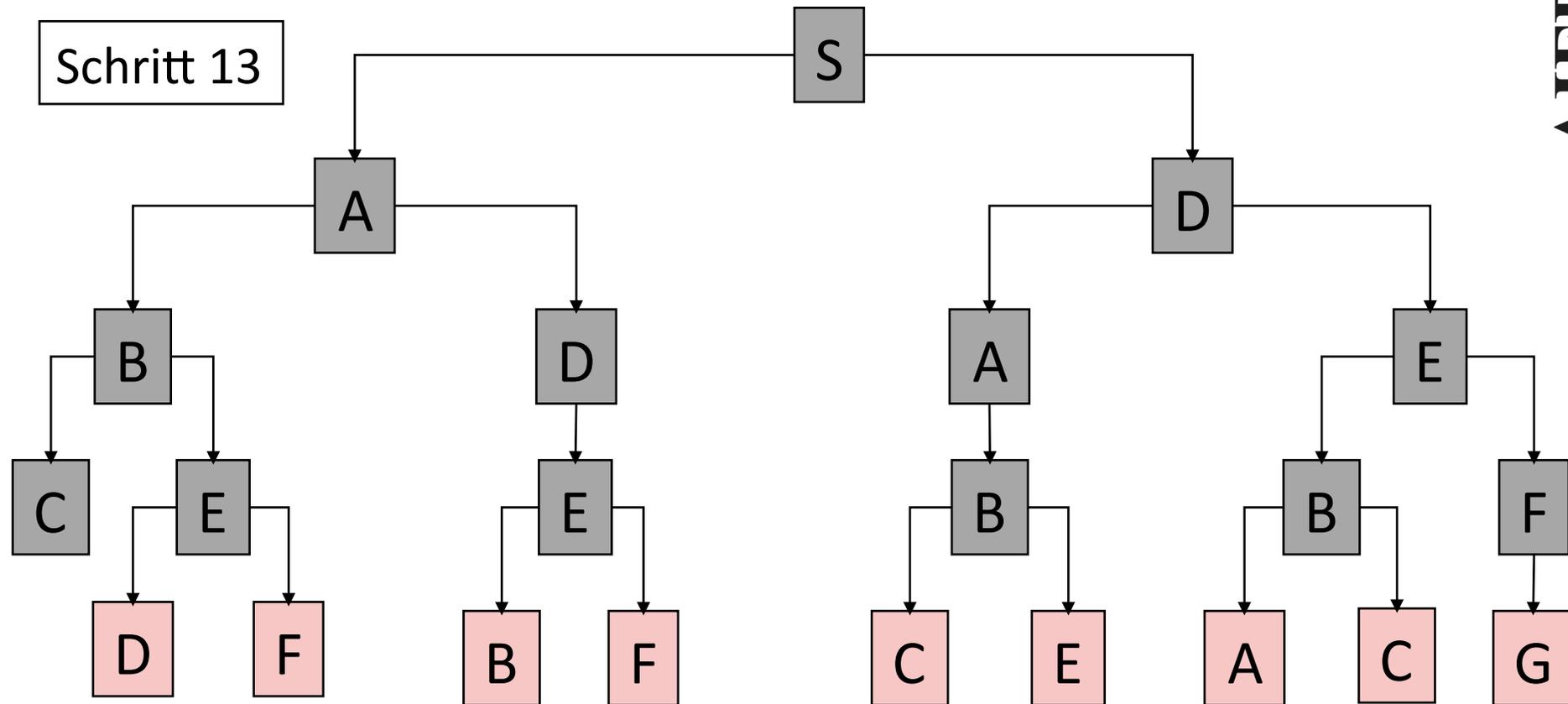
Schritt 5



- Liste:
- {S,A,D}
 - {S,D,A}
 - {S,D,E}
 - {S,A,B,C}
 - {S,A,B,E}



Breitensuche VI



- Liste:
- {S,A,B,E,D}
 - ...
 - {S,D,E,F,G}

Breitensuche: Eigenschaften

- vollständig, falls b endlich ist
- Zeitkomplexität: $1 + b + b^2 + b^3 + \dots + b^m = O(b^m)$
- Speicherkomplexität ebenfalls $O(b^m)$
 - ⇒ Achtung: Pfadliste darf nicht explizit gespeichert werden
 - ⇒ Stattdessen: invertierter Suchbaum (also Suchbaum mit umgekehrter Kantenrichtung)
- optimal?
 - ⇒ ja, wenn Kosten = 1 pro Schritt
 - ⇒ nein, wenn Kanten unterschiedlich gewichtet sind

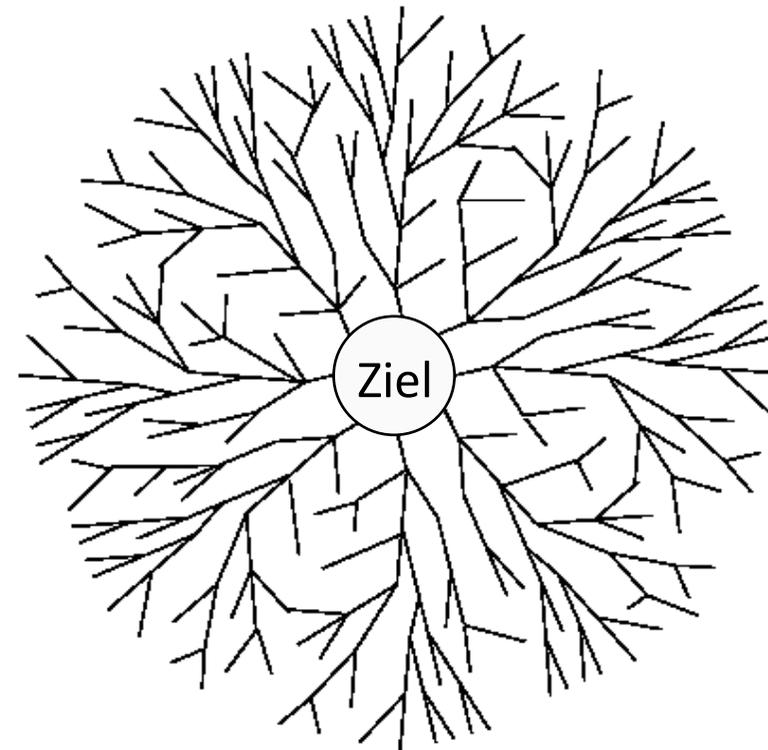
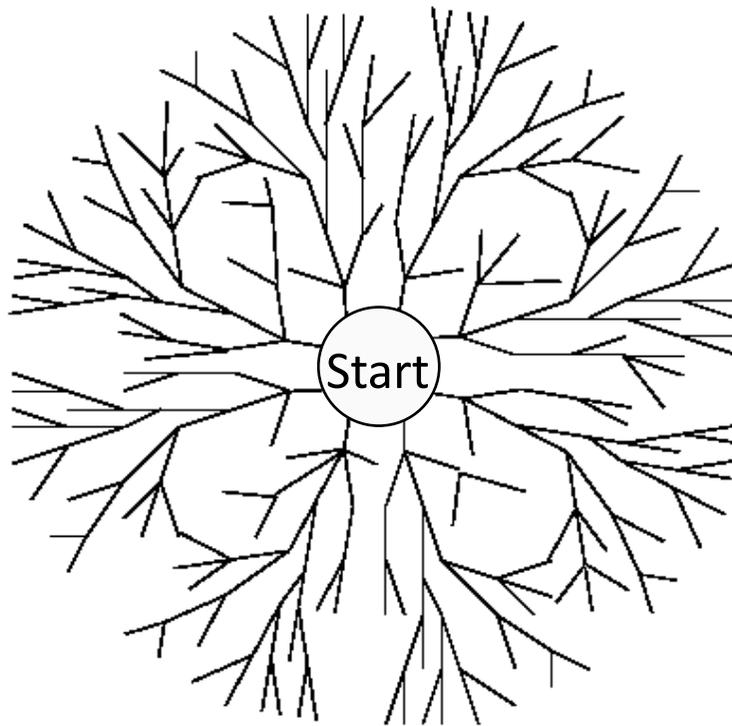
b : maximale Anzahl von Verzweigungen pro Knoten

m : maximale Baumtiefe

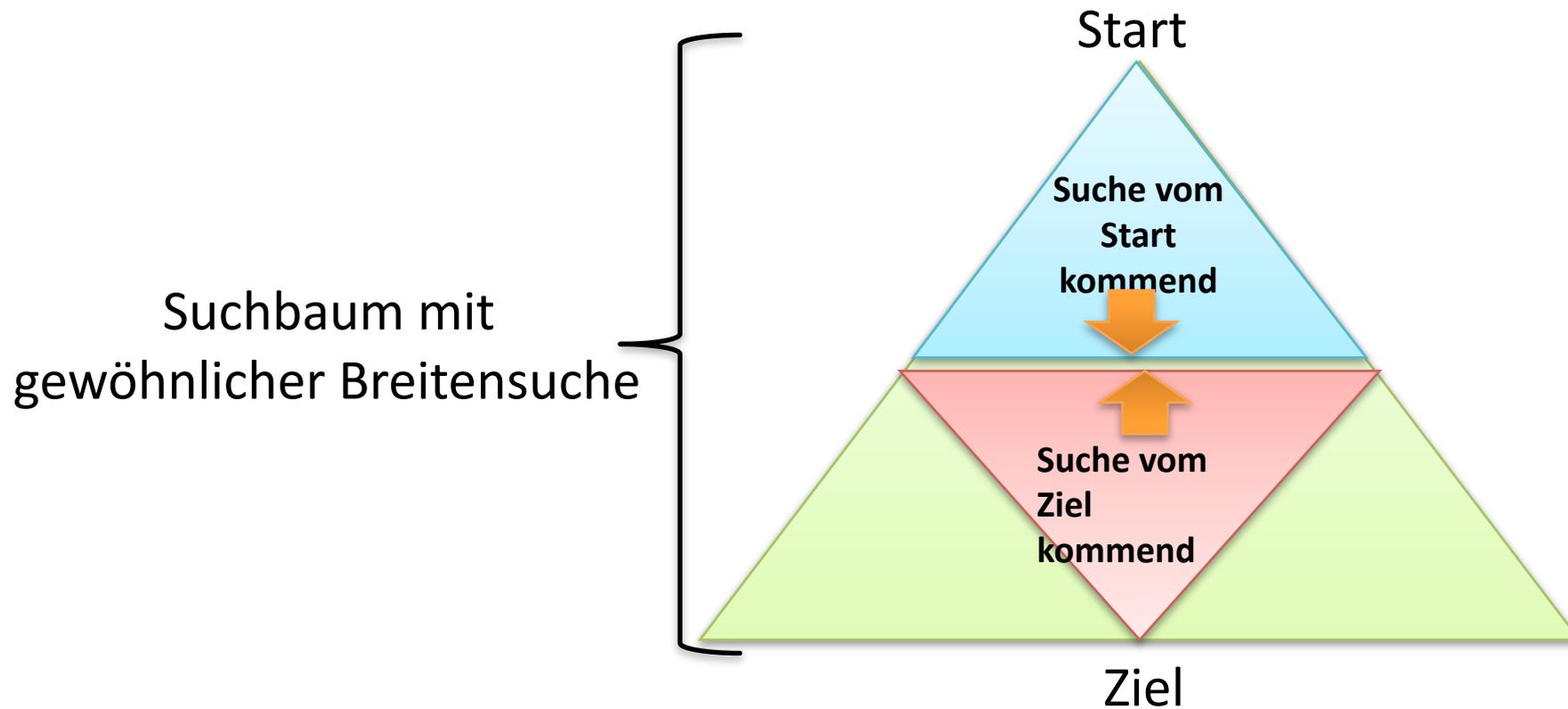
Strahlensuche

- Eine Variante der Breitensuche:
 - ⇒ Anstatt alle Pfade in Suchtiefe i werden nur die w besten (also mit den bisher geringsten Kosten) expandiert
 - ⇒ Zeit- und Speicheraufwand: $O(m \cdot w)$

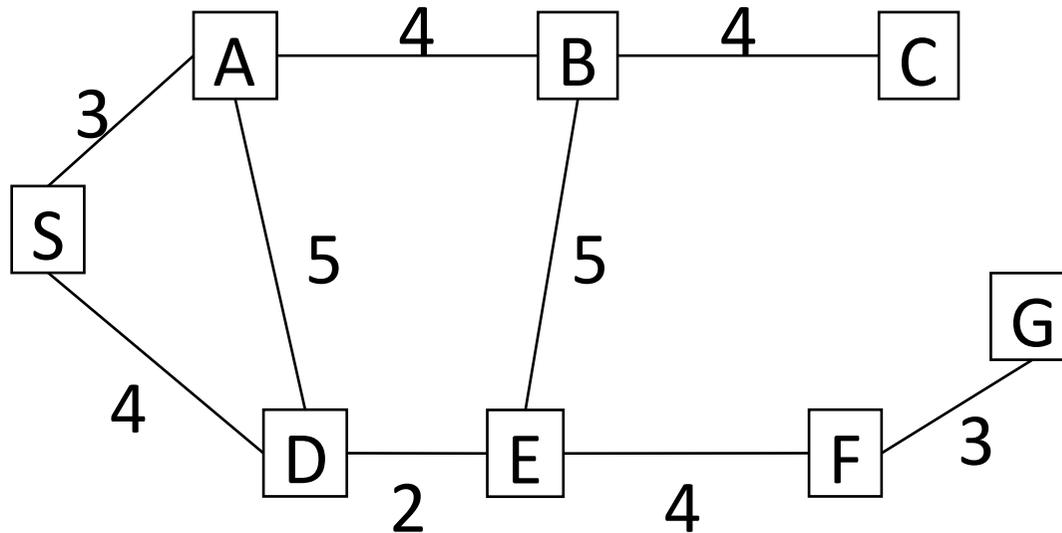
Bidirektionale Suche (1)



Bidirektionale Suche (2)



Bidirektionale Suche: Beispiel



Schritt	Pfadliste von S kommend	Pfadliste von G kommend
1	S	G
2	SA, SD	GF
3	SAB, SAD, SD	GFE
4	SAB, SAD, SDA, SDE	

Bidirektionale Suche: Nutzen

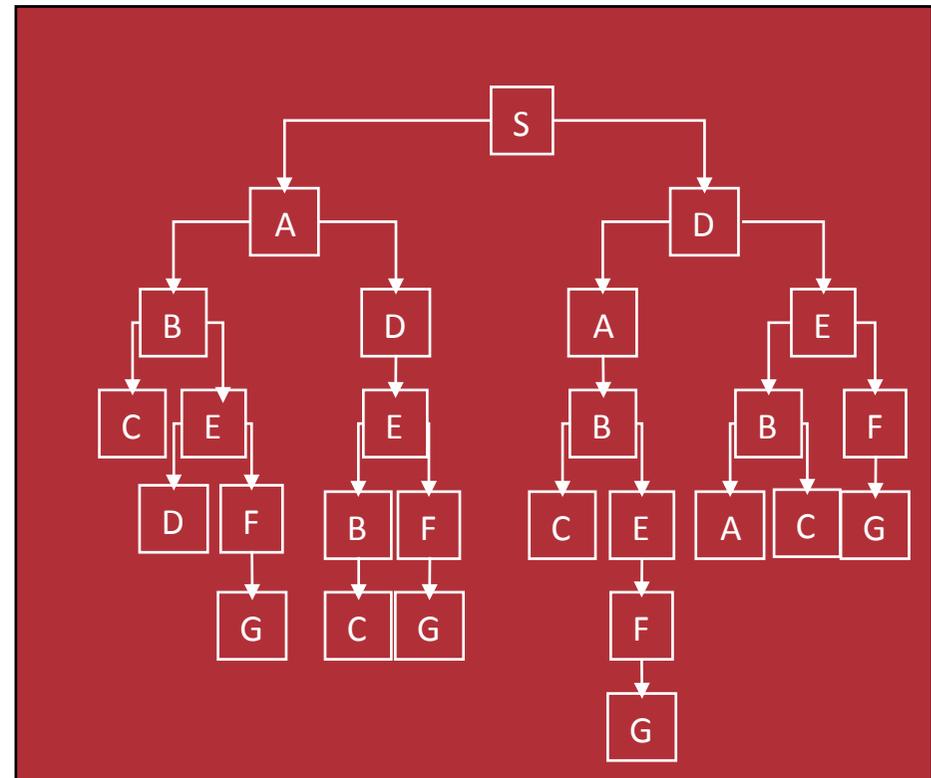
- Annahme: vom Ziel ebenso wie vom Start her suchend hat jeder Knoten ca. b
 - ⇒ Wenn Start- und Zielsuche „aufeinander treffen“, sind beide Teile der Suche nur bis Tiefe von $m/2$ vorgedrungen
 - ⇒ also liegt der Gesamtaufwand in $O(b^{m/2})$
- Problem: es muss in jedem Schritt getestet werden, ob die Endknoten der einen Pfadliste in der anderen Pfadliste enthalten sind. Mit geeigneter Datenstruktur kann man den Aufwand hierzu geeignet begrenzen.
- Eingeschränkte Anwendbarkeit der bidirektionalen Suche:
 - ⇒ der Zielknoten muss bekannt sein
 - ⇒ der Vorgänger eines Knotens muss sich vom Ziel her bestimmen lassen

Tiefensuche

Schritt 1

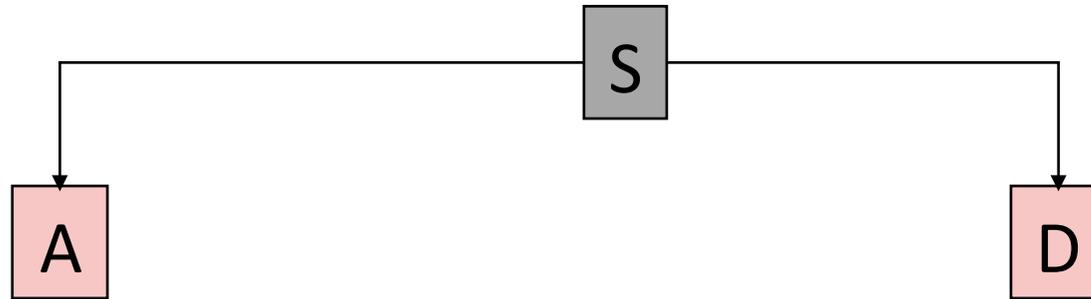
S

Liste:
{S}

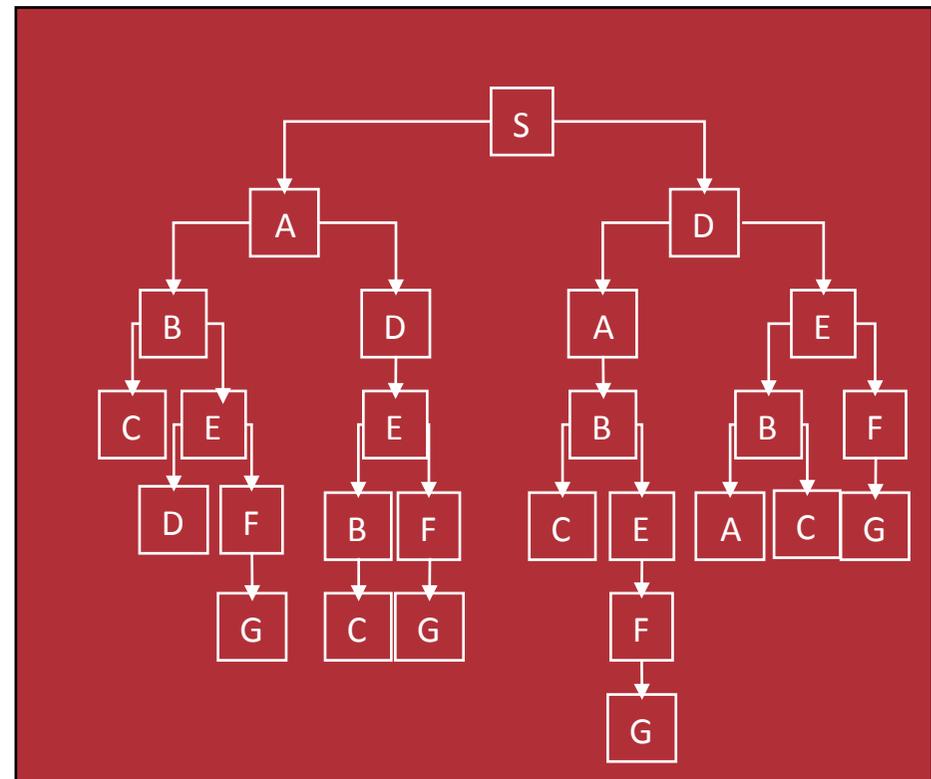


Tiefensuche

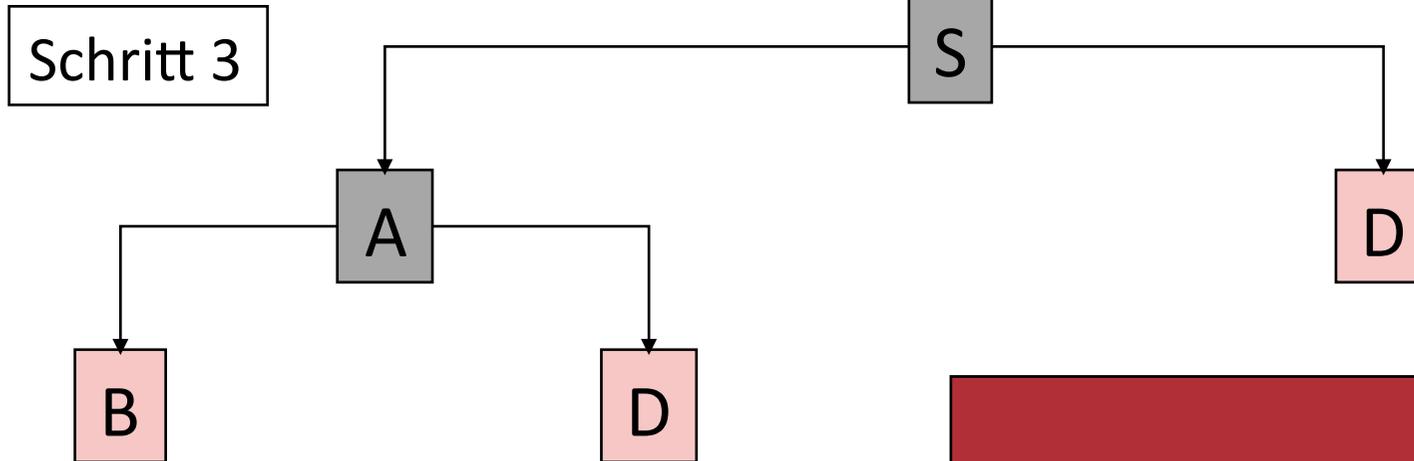
Schritt 2



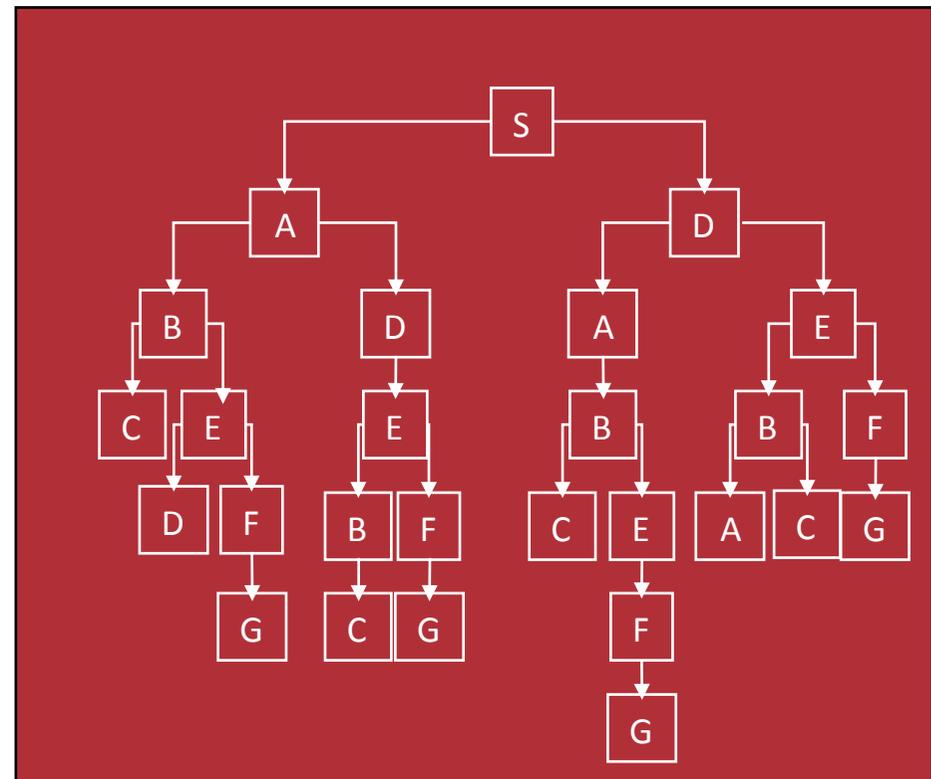
Liste:
 → {S,A}
 {S,D}



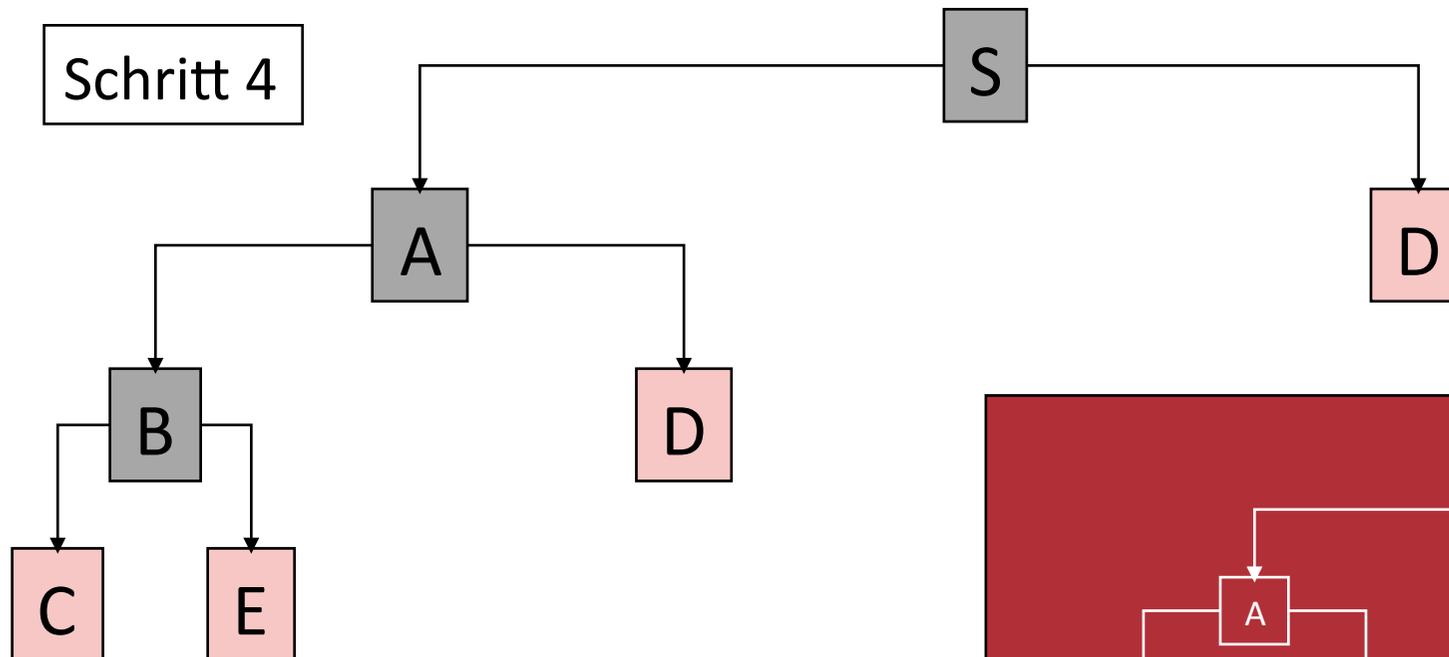
Tiefensuche



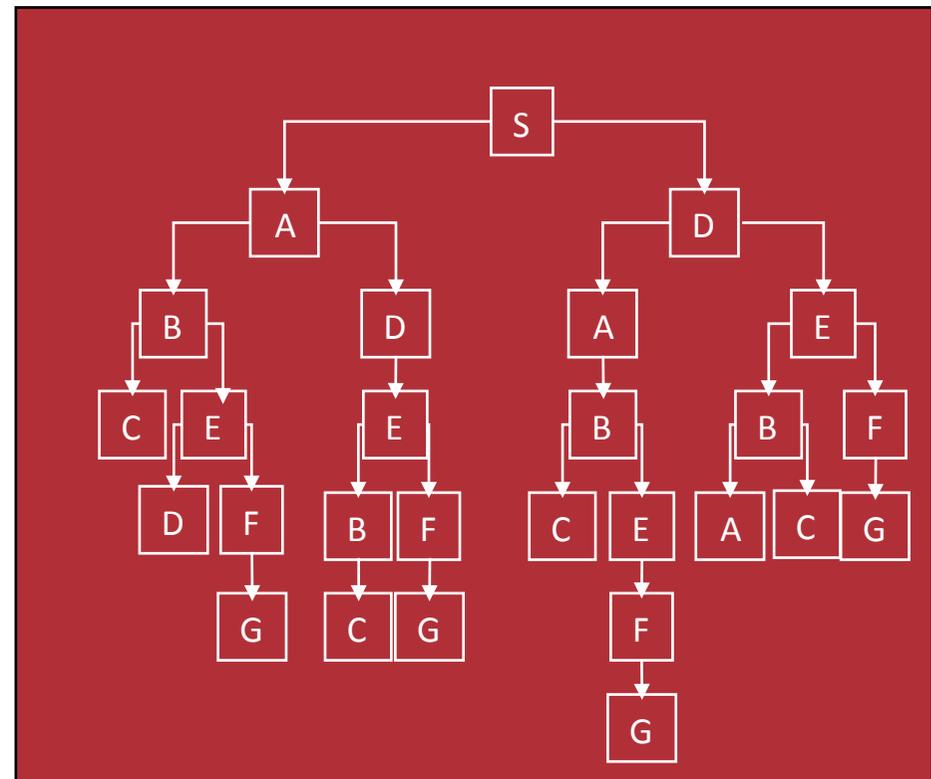
- Liste:
- {S,A,B}
 - {S,A,D}
 - {S,D}



Tiefensuche

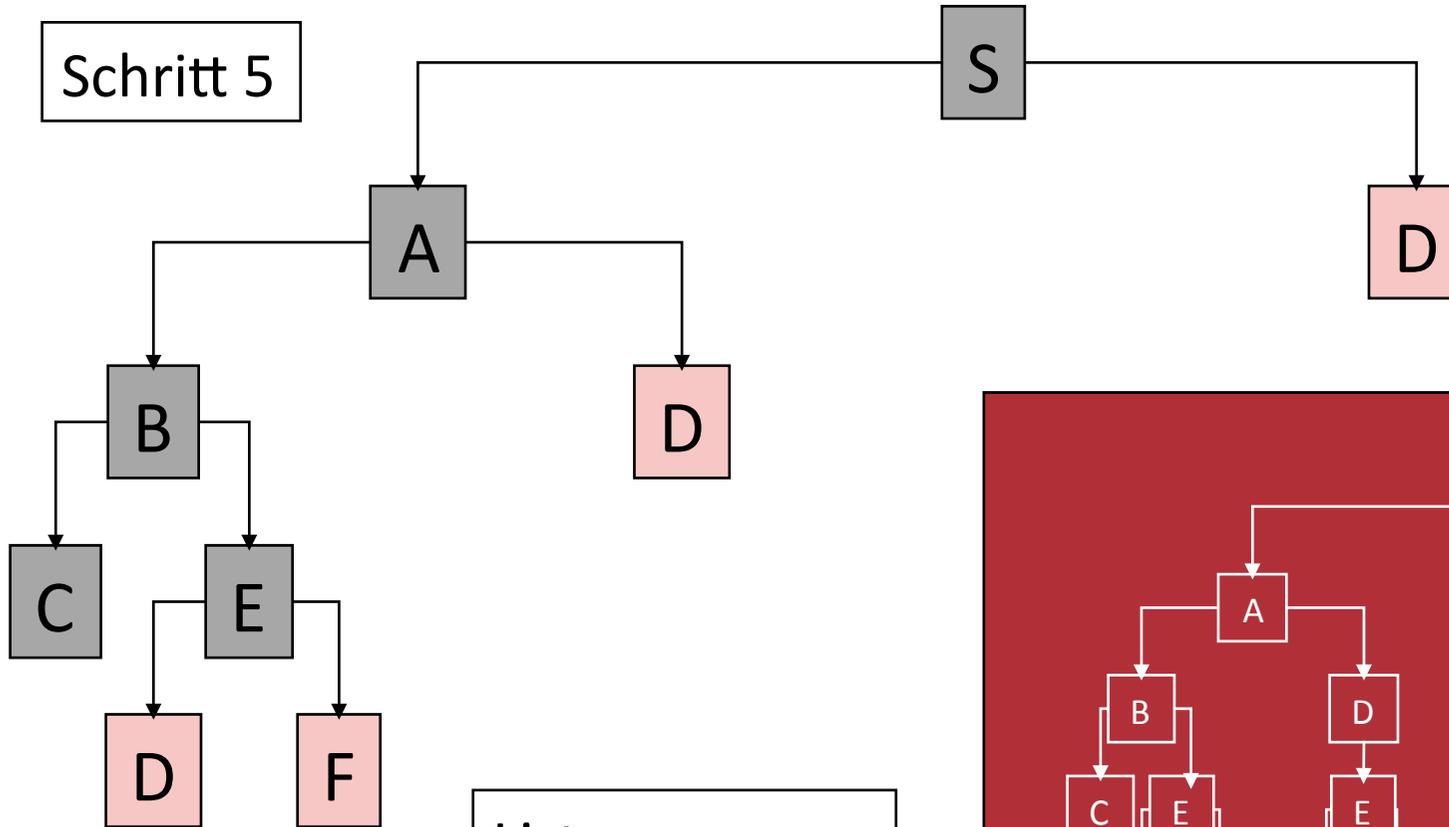


- Liste:
- {S,A,B,C}
 - {S,A,B,E}
 - {S,A,D}
 - {S,D}

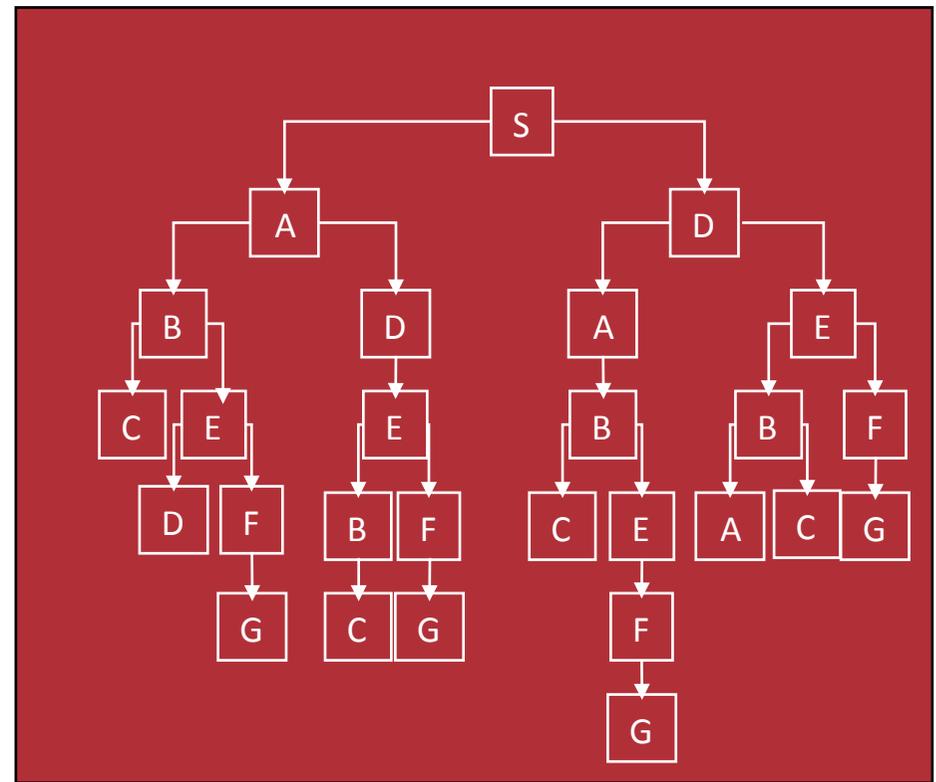


Tiefensuche

Schritt 5



- Liste:
- {S,A,B,E,D}
 - {S,A,B,E,F}
 - {S,A,D}
 - {S,D}



Tiefensuche: Eigenschaften

- vollständig in Zustandsräumen mit endlicher Tiefe
- nicht vollständig in Zustandsräumen mit unendlicher Tiefe
- Zeitkomplexität: $O(b^m)$
- Speicherkomplexität: $O(mb)$
 - ⇒ verkettete Liste bzw. einen Stapel (Stack) nutzen, um sich Pfad bis zur aktuellen Stelle zu merken, ab der die Tiefensuche fortgesetzt wird
- nicht optimal

Varianten der Tiefensuche

- Annahme: Jeder Punkt im Zustandsraum ist von jedem anderen maximal k Schritte entfernt.
- Tiefen-Begrenzte Suche
 - ⇒ Maximale Tiefe k wird festgelegt
 - ⇒ Nachteil: nicht optimal und evtl. nicht vollständig
- Iterative Deepening
 - ⇒ wie Tiefen-begrenzte Suche, wobei die maximale Tiefe nacheinander auf 1, 2, 3, ... gesetzt wird
 - ⇒ Vorteil: vollständig, wesentlich geringerer Speicherverbrauch als Breitensuche
 - ⇒ viele Schritte werden mehrfach ausgeführt (das macht aber meistens nicht viel)

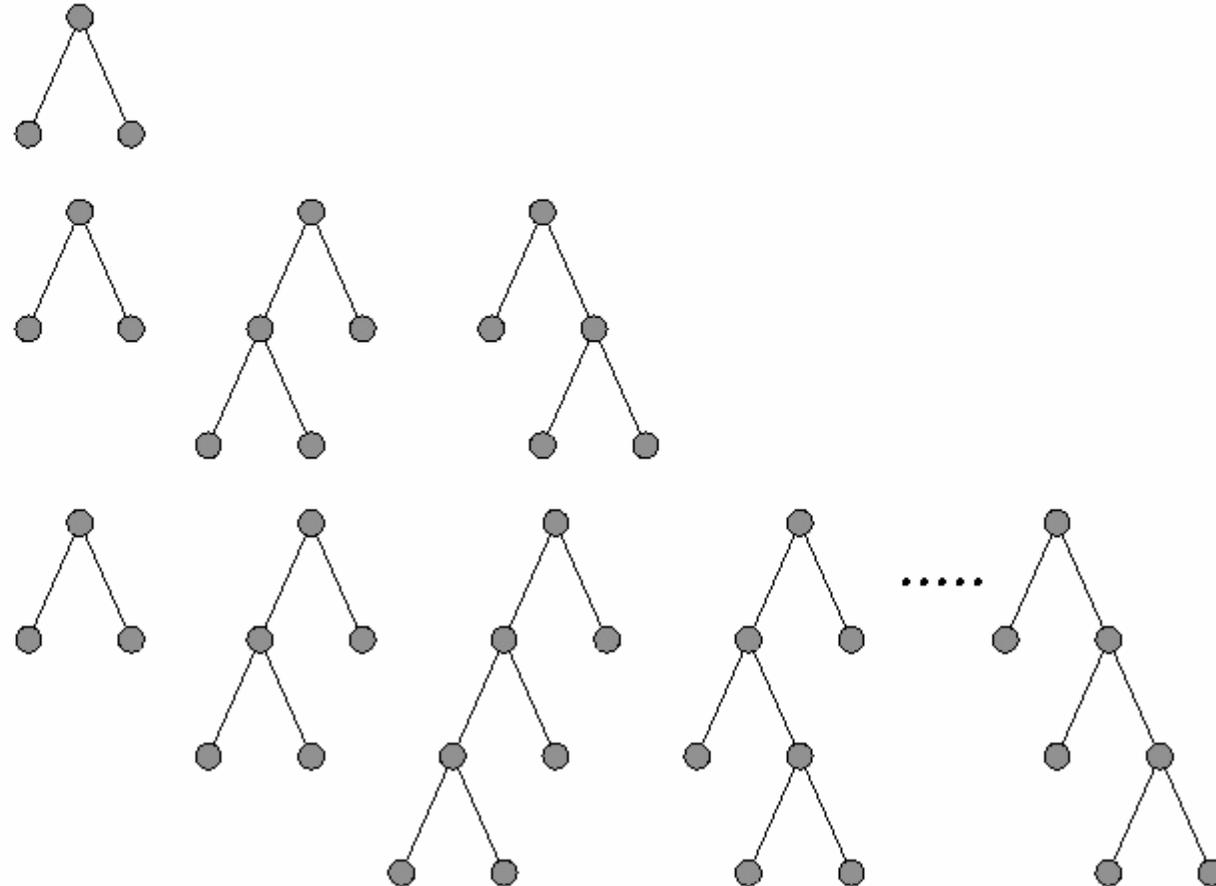
Iterative Deepening

Limit = 0 ●

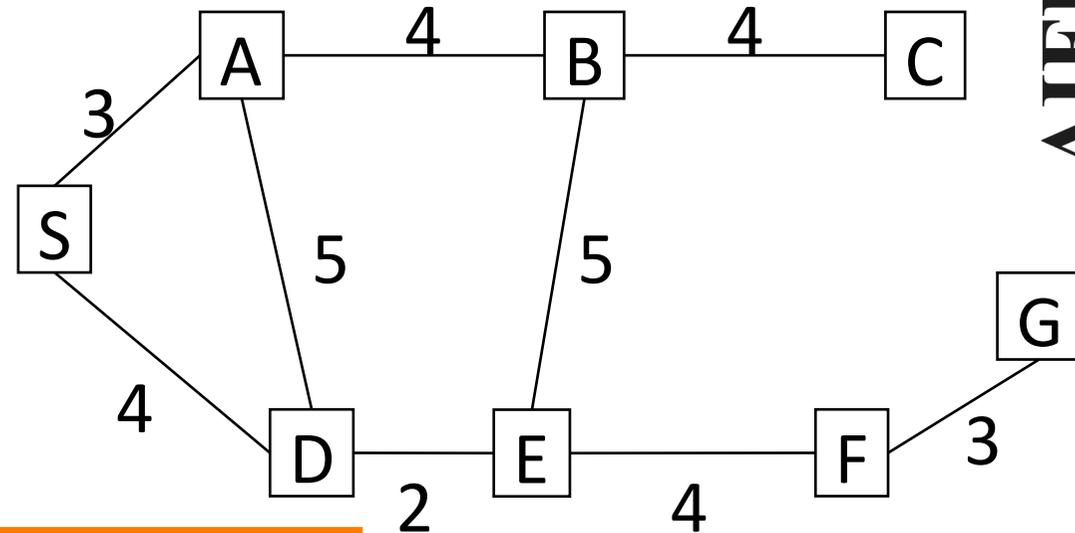
Limit = 1 ●

Limit = 2 ●

Limit = 3 ●

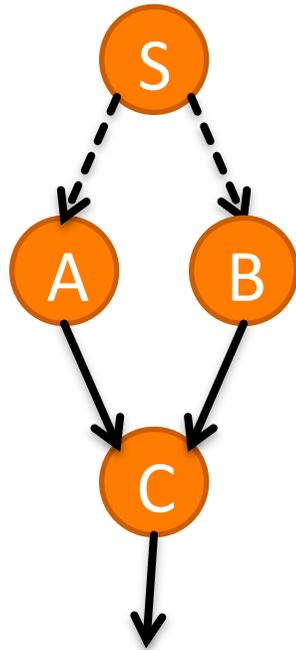


Iterative Deepening: Beispiel



k	Schritt	Pfadliste
1	1	S
1	2	SA, SD
2	1	S
2	2	SA, SD
2	3	SAD, SAB, SDA, SDE
3	1	S
3	2	...

Verringerung des Suchaufwands

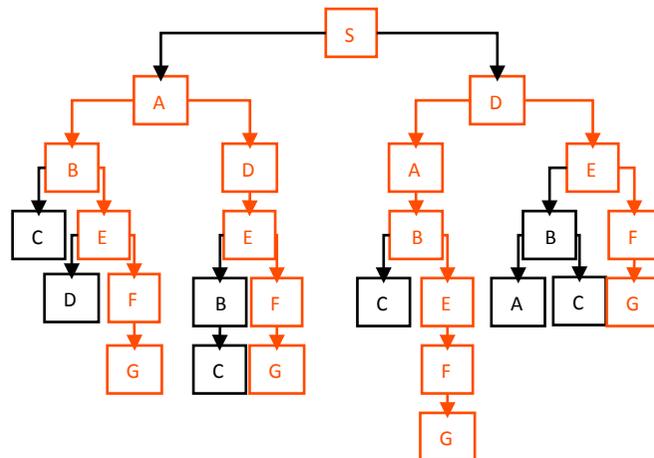


Vermeidung redundanter Suche durch Markierung

- Situation: Siehe nebenstehender Graph
- Die bisherigen Suchverfahren würden den Knoten C zweimal besuchen – einmal von A kommend und einmal von B kommend.
- Wenn man **nicht am optimalen Pfad interessiert** ist, kann man C beim ersten Besuch **markieren**.
- **Markierte Knoten werden beim nächsten Besuch nicht weiter verfolgt.**

Britische Museums-Methode

- Erzeugung aller Pfade und Vergleich der Kosten der erfolgreichen Pfade (Lösungsmenge)
 - ⇒ Kann mit Tiefen- oder Breitensuche geschehen:
 - Die Suche stoppt nicht beim ersten Erreichen des Ziels, sondern macht einfach weiter bis der ganze Suchbaum durchforstet ist
 - ⇒ Optimaler Pfad wird offensichtlich (auch) gefunden
- **Aufwand:** Wenn jeder Knoten b Nachfolger hat und der Baum die Tiefe m , dann gibt es b^m verschiedene Pfade (die nicht unbedingt alle zum Ziel führen)



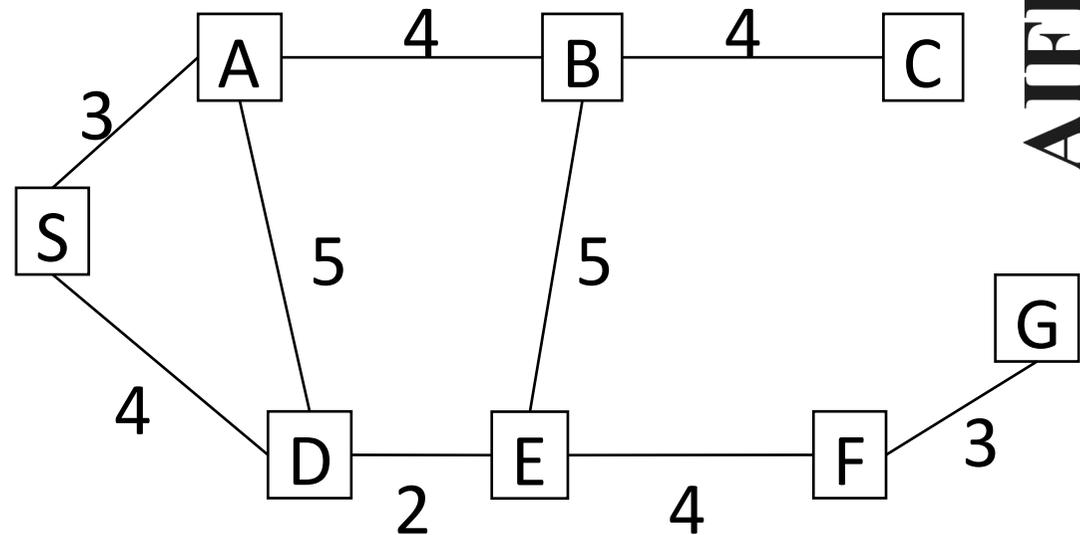
10 Pfade,
davon 4 erfolgreich

Branch & Bound

Ansatz :

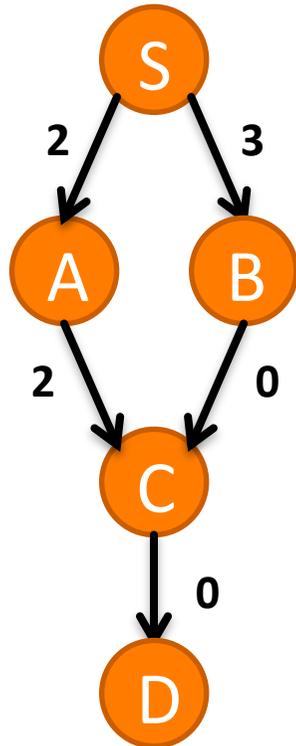
- Es wird jeweils der Pfad erweitert, der bisher die geringsten Kosten verursacht hat
- Ist ein erfolgreicher (d.h. vollständiger) Pfad Start → Ziel gefunden, dann
 - ⇒ erweitere alle weiteren Pfade
 - ⇒ und zwar solange, bis der kürzeste partielle Pfad mit höheren Kosten verbunden ist als der vollständige Pfad

Branch & Bound: Beispiel



Schritt	Pfadliste
1	S/0
2	SA/3, SD/4
3	SAD/8, SAB/7, SD/4
4	SAD/8, SAB/7, SDA/9, SDE/6
5	SAD/8, SAB/7, SDA/9, SDEB/11, SDEF/10
6	SABC/11, SABE/12, SDA/9, SDEB/11, SDEF/10

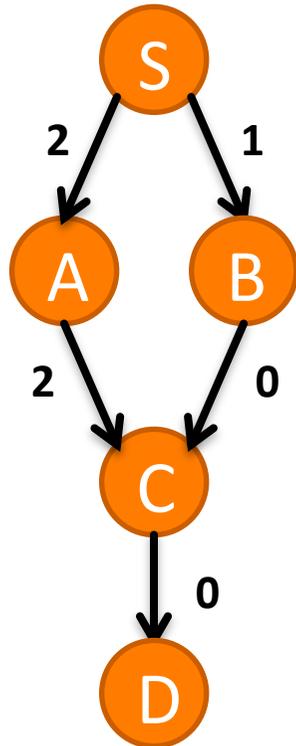
Branch & Bound + Dynamische Programmierung (1)



Wieder: Vermeidung redundanter Suche

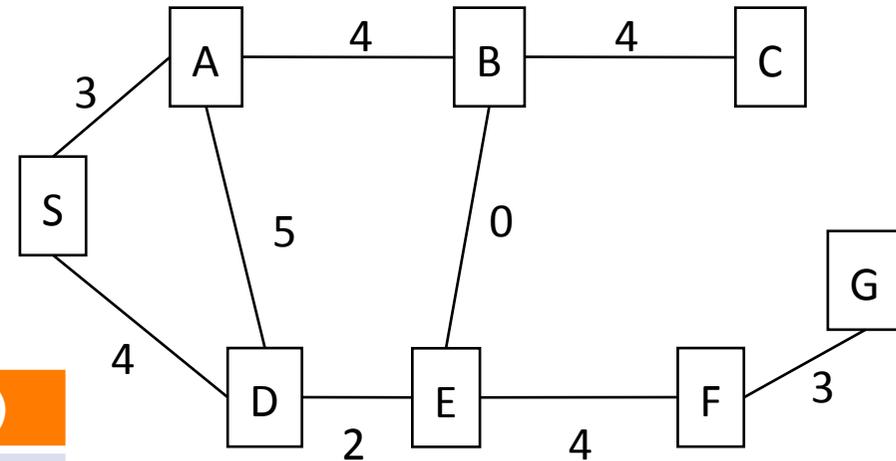
- Situation siehe Graph:
 - ⇒ Branch & Bound hat zuerst teuren Weg von S nach C entdeckt (nämlich SAC)
 - ⇒ Weil SBC billiger ist, wird C zunächst **nicht** expandiert
Das ist immer so bei teuren und billigen Pfaden zu einem Knoten X!
- Idee: Sobald B&B einen billigeren Weg von S nach X entdeckt, kann es den teureren aus der Pfadliste streichen
 - ⇒ Der teure Pfad ist garantiert noch in der Pfadliste, weil X noch nicht expandiert wurde

Branch & Bound + Dynamische Programmierung (2)



- Alternative Situation siehe Graph:
 - ⇒ Branch & Bound entdeckt nun zuerst den billigen Pfad von S nach C (nämlich SBC)
 - ⇒ B&B expandiert als nächstes C und ersetzt SBC durch SBCD in der Pfadliste
- Wenn SAC entsteht, möchte man es aus der Pfadliste streichen
 - ⇒ Dazu kann man wieder das Markierungsverfahren von zuvor verwenden
 - ⇒ C wurde dann bereits markiert, als SBC entdeckt wurde

B&B + dyn. Prog.: Beispiel



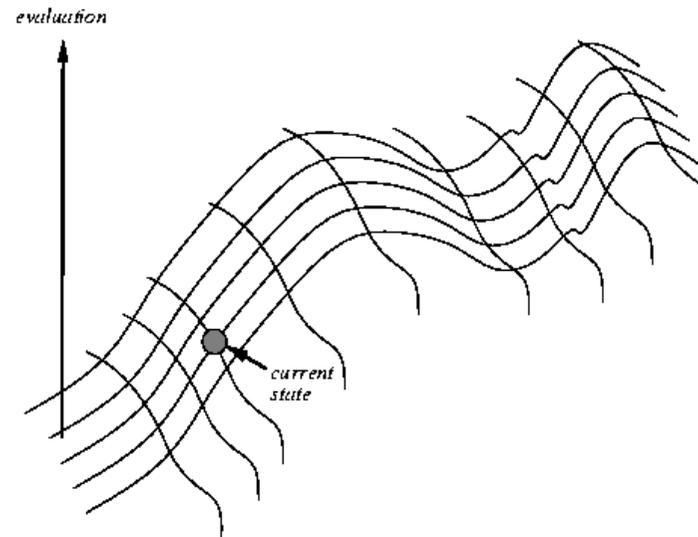
Schritt	Pfadliste (Pfad/Bisherige Kosten)
1	S/0
2	SA/3, SD/4
3	SAB/7, SD/4
4	SDE/6, SAB/7
5	SDEB/6, SDEF/10
6	SDEBC/10, SDEF/10
7	SDEFG/13



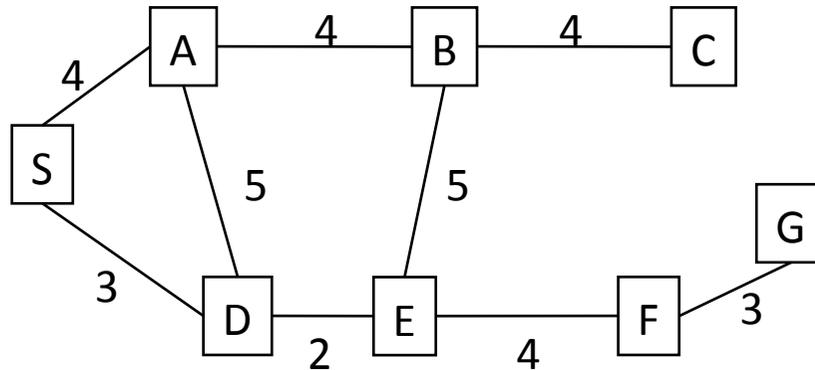
„Topfschlagen“: INFORMIERTE SUCHE

Hill-Climbing (Bergsteigen)

- Spezielle Tiefensuche: es wird vom aktuellen Knoten aus der (noch nicht besuchte) Knoten mit den geringsten geschätzten Restkosten verfolgt
- Bei kontinuierlichem Suchraum: Suchrichtung entlang des Gradienten der Suchfunktion



Aufgabe



Abschätzfunktion: kürzeste Anzahl Kanten vom aktuell betrachteten Pfadende bis zum Ziel G

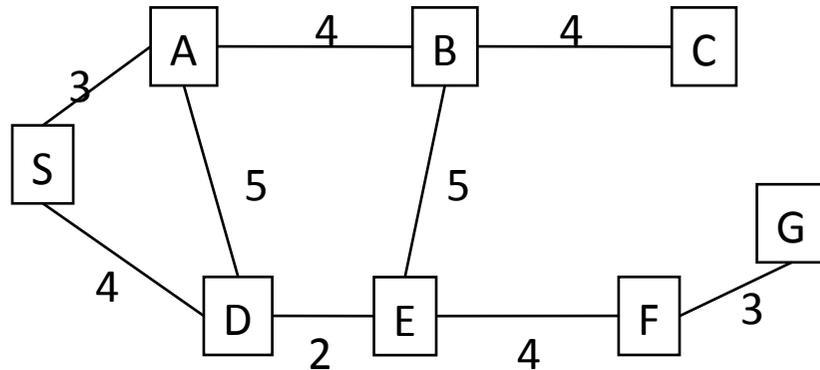
Schritt	Pfadliste (Pfad/Restkosten)
1	S/0
2	SA/4, SD/3
3	SA/4, SDA/4, SDE/2
4	SA/4, SDA/4, SDEB/3, SDEF/1
5	SA/4, SDA/4, SDEB/3, SDEFG/0

Branch & Bound + Restkostenabschätzung

Ansatz:

- Erweitere immer den Pfad aus der Pfadliste, dessen „**geschätzte Gesamtkosten**“ (d.h. die Summe aus den bisher entstandenen Kosten und den geschätzten, noch benötigten Restkosten) minimal sind.
- Forderung: die Restkostenabschätzung muss stets optimistisch sein (also: geschätzte Restkosten \leq tatsächliche Restkosten).
- Zur Garantie der Optimalität:
 - ⇒ Das Verfahren endet erst, wenn das Ziel erreicht wurde **und** kein Pfad mit geringeren geschätzten Gesamtkosten mehr existiert

B&B mit Restkosten: Beispiel



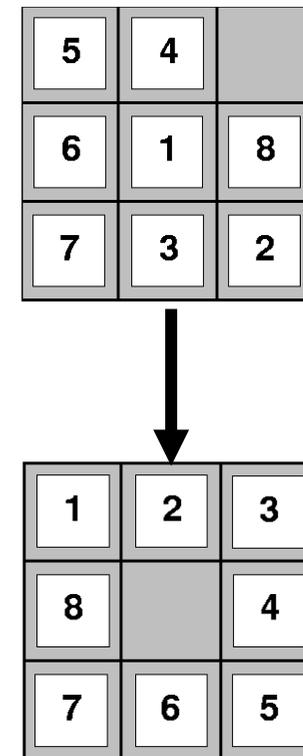
Abschätzfunktion: kürzeste Anzahl Kanten vom aktuell betrachteten Pfadende bis zum Ziel G

Schritt	Pfadliste (Pfad/bisherige Kosten/Restkosten)
1	S/0/4
2	SA/3/4, SD/4/3
3	SAD/8/3, SAB/7/3, SD/4/3
4	SAD/8/3, SAB/7/3, SDA/9/4, SDE/6/2
5	SAD/8/3, SAB/7/3, SDA/9/4, SDEF/10/1, SDEB/11/3

...

Beispiele für Restkostenfktn.

- Welche Restkostenfunktion sollte man wählen, um nach der kürzesten Strassenverbindung zwischen Städten zu suchen?
 - ⇒ Den euklidischen Abstand der Städte (also die Länge der Verbindungsgeraden)
- Welche Restkostenabschätzung(en) bietet sich für das 8-Puzzle-Problem von vorhin an?
 - ⇒ Bedenken Sie, dass die Abschätzungen optimistisch sein müssen
 - ⇒ Anzahl nicht korrekt platzierter Teile
 - ⇒ Manhattan Distanz: Summe der Entfernungen (in Anzahl der Quadrate) aller Teile von ihrem Zielstandort



A*

A* = Branch & Bound + Dynamische Programmierung +
Restkostenabschätzung

- Offensichtlich: Die zusätzliche Restkostenabschätzung hat keinen negativen Einfluss auf das ursprüngliche „B&B + Dynamische Programmierung“
- A* ist eines der wichtigste Suchverfahren
 - ⇒ Z.B. für Routenberechnungsprogramme
 - ⇒ Fahrplanauskunft usw.

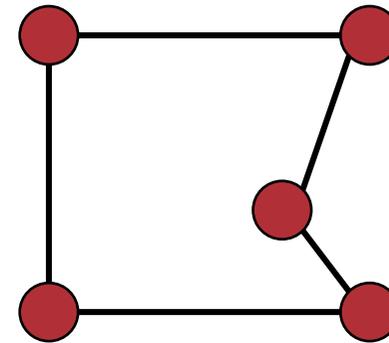
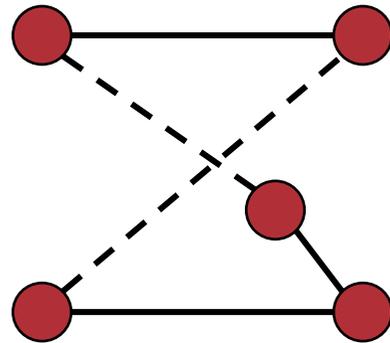
ITERATIVE SUCHE

Iterative Verbesserung

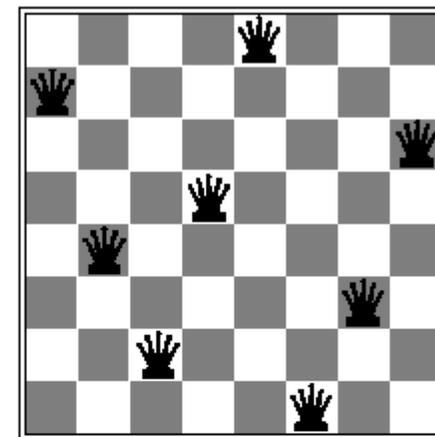
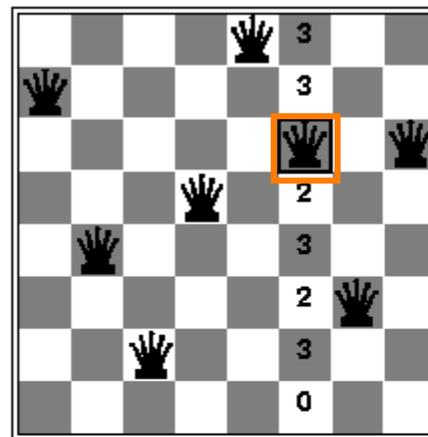
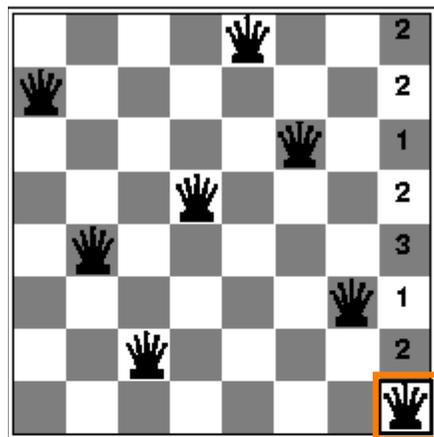
- Algorithmen, die mit einer beliebigen Lösung beginnen und diese schrittweise verbessern
 - ⇒ wenn nur die Lösung interessiert, nicht jedoch der Pfad
 - ⇒ wenn die Effizienz des Problemlösungsverfahrens wichtiger ist als die Optimalität
- Hill-Climbing / Gradientenabstiegs-Verfahren
- Simulated Annealing
- Genetische Algorithmen

Beispiele

➤ TSP



➤ 8-Damen-Problem



SPIELE

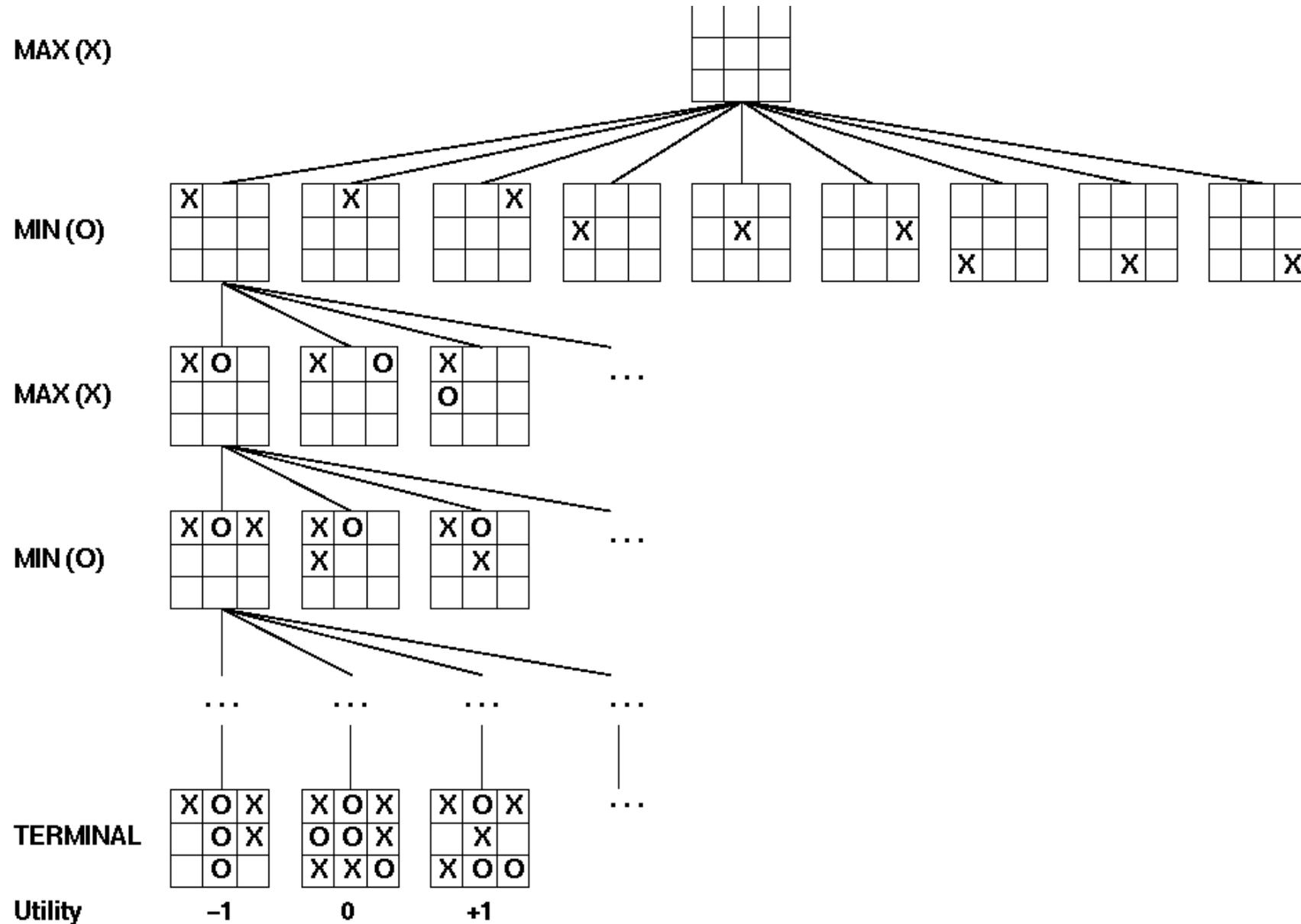
Spielstrategien

- Spiele mit zwei Spielern:
 - ⇒ ohne Zufallskomponente, z.B. Schach, Dame
 - ⇒ mit Zufallskomponente, z.B. Backgammon, Monopoly
- Optimale Strategie:
 - ⇒ Minimax-Algorithmus
 - ⇒ Aufwand i.d.R. zu hoch
- Begrenzung der Suchtiefe
 - ⇒ $\alpha\beta$ -Pruning

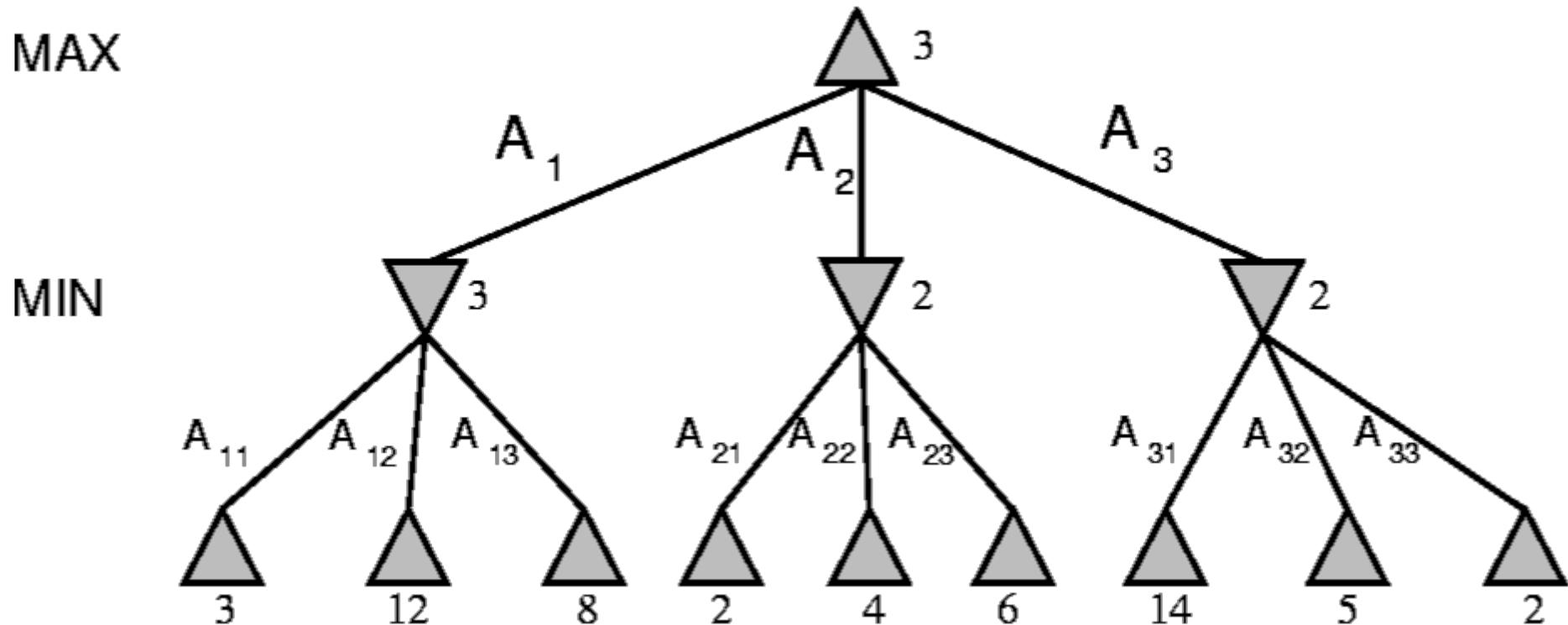
Minimax

- **Idee:** Maximierung des Gewinns von Spieler A unter der Berücksichtigung, dass Spieler B versucht, den Gewinn von A zu minimieren.
- **Algorithmus:**
 - ⇒ Erzeugung des gesamten Suchbaums (bis zu Terminal-Zuständen)
 - ⇒ Berechnung des Nützlichkeitswertes für jeden Terminal-Zustand
 - ⇒ Für jede Ebene in dem Baum: Berechnung der Nützlichkeitswerte der Knoten unter Berücksichtigung der jeweiligen Nachfolgeknoten wobei
 - ✧ MAX am Zug: Maximum der Nachfolger
 - ✧ MIN am Zug: Minimum der Nachfolger
 - ⇒ An der Wurzel wird der Zug gewählt, der für MAX den höchsten Gewinn bringt.

Suchbaum bei TicTacToe



Berechnung der Knotenwerte



Resourcenbegrenzung

- **Problem:** Vollständiger Baum ist zu groß ($b \approx 35$, $m \approx 100$ für “normale” Spiele bei 10^{40} legalen, verschiedenen Positionen), um in endlicher Zeit völlig durchsucht zu werden
- **Lösung:**
 - ⇒ Tiefenbegrenzung
 - ⇒ Bewertung einzelner Zustände/Positionen im Hinblick auf eine Gewinnchance
 - ⇒ Für Schach: Materialwert für einzelne Figuren und lineare, gewichtete Summe von Merkmalen,
Z.B.

$$v(s) = \omega_1 f_1(s) + \omega_2 f_2(s) + \dots + \omega_n f_n(s)$$

z.B. mit $\omega_1 = 9$ und

$$f_1(s) = (\text{Anzahl weißer Königinnen} - \text{Anzahl schwarzer Königinnen})$$

MinimaxCutoff

➤ Minimax-Suche

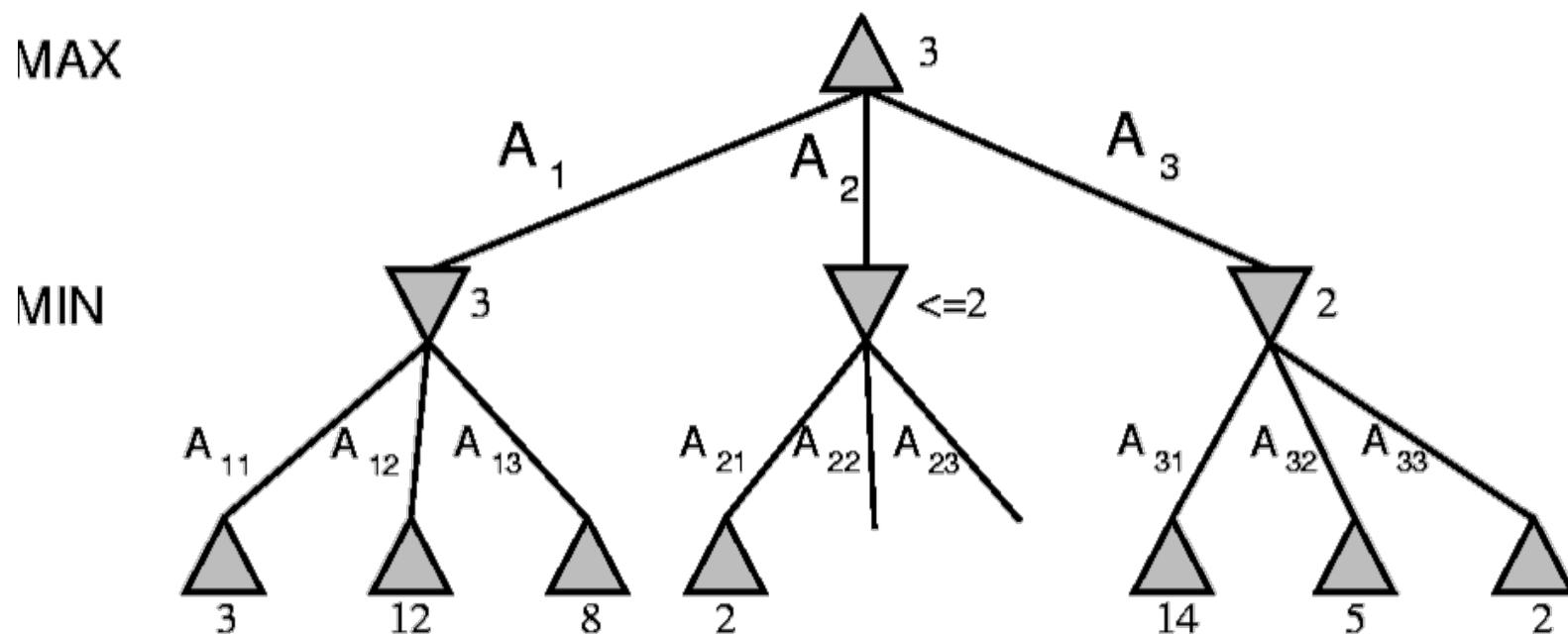
- + maximale Tiefe m
- + Bewertungsfunktion

➤ Beispiel: Schach

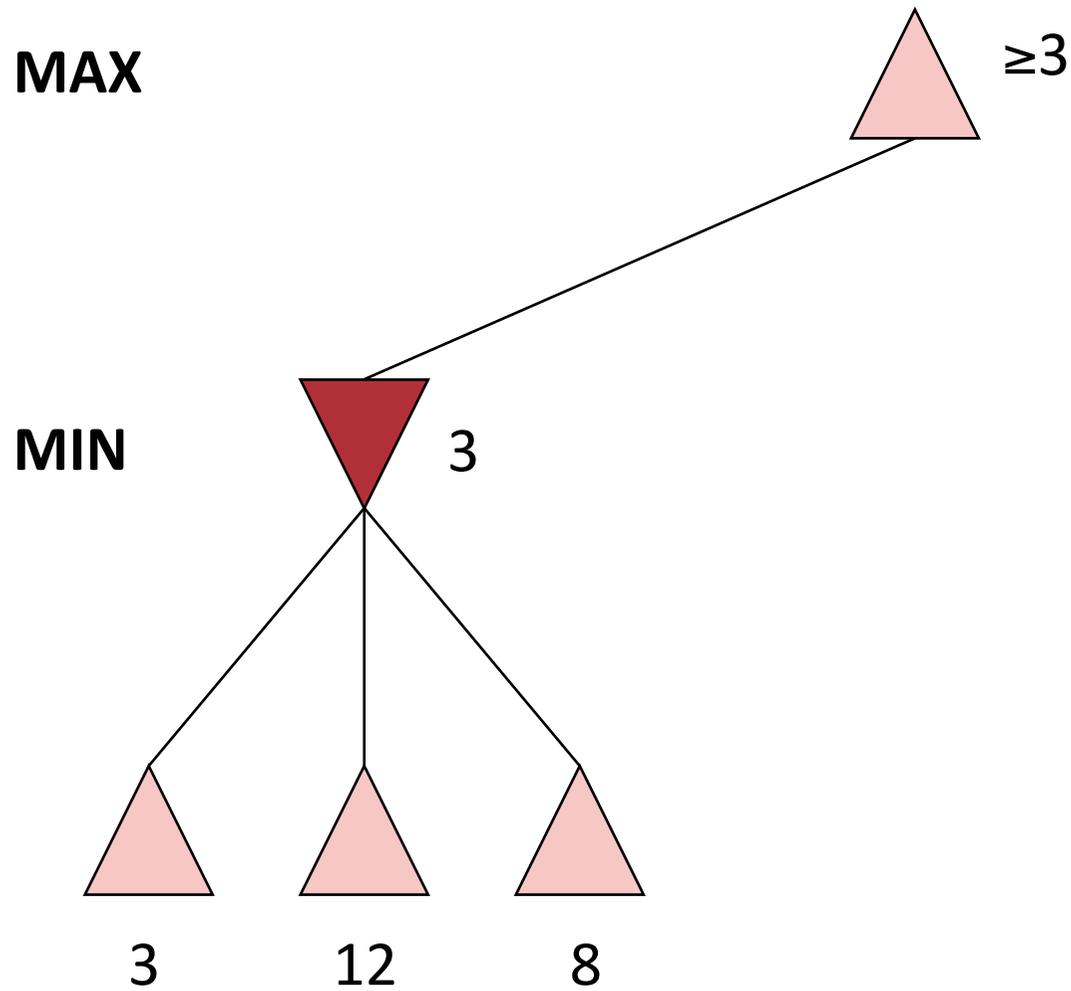
- ⇒ $m = 4$: Anfänger-Level
- ⇒ $m = 8$: Meister-Level, typischer PC
- ⇒ $m = 12$: Kasparov, Deep Blue (RS/6000, 32 Knoten mit je 8 Schach-Prozessoren)

$\alpha\beta$ -Pruning

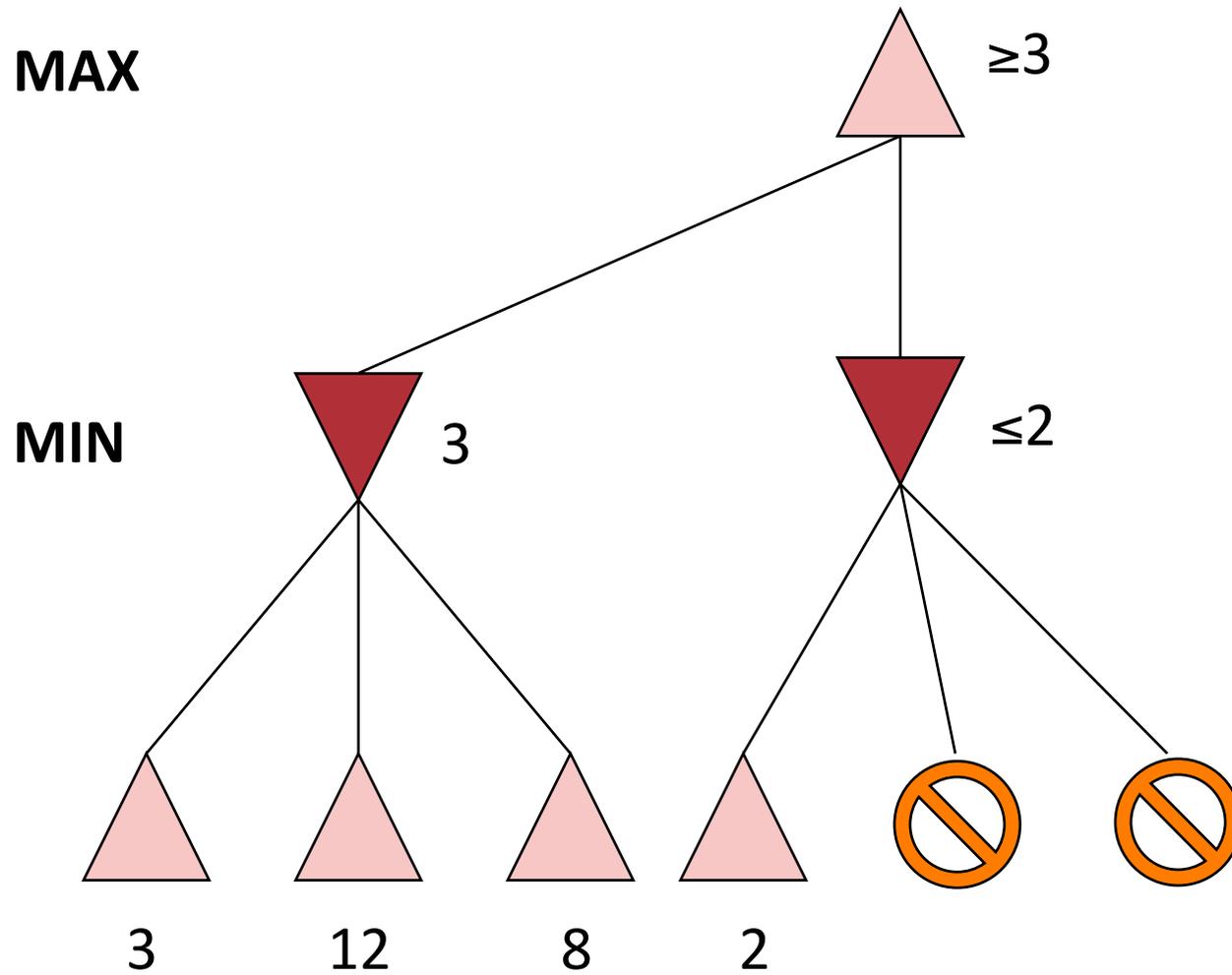
- Verwerfen von Ästen des Suchbaums, die Ergebnis nicht beeinflussen
- “Glückliche” Ordnung reduziert Zeit um bis zur Hälfte bzw. ermöglicht doppelte Tiefe



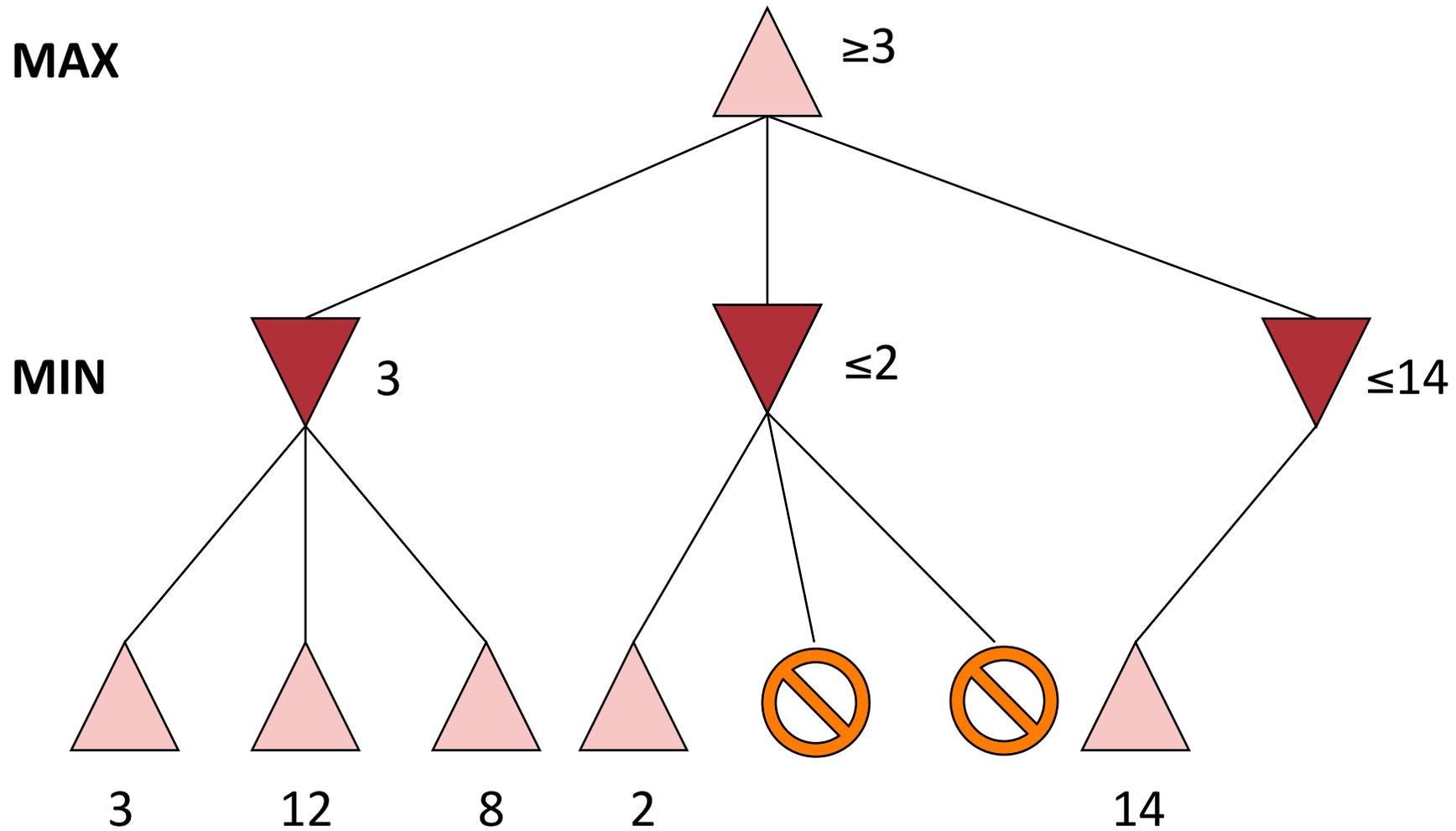
$\alpha\beta$ -Pruning: Beispiel



$\alpha\beta$ -Pruning: Beispiel



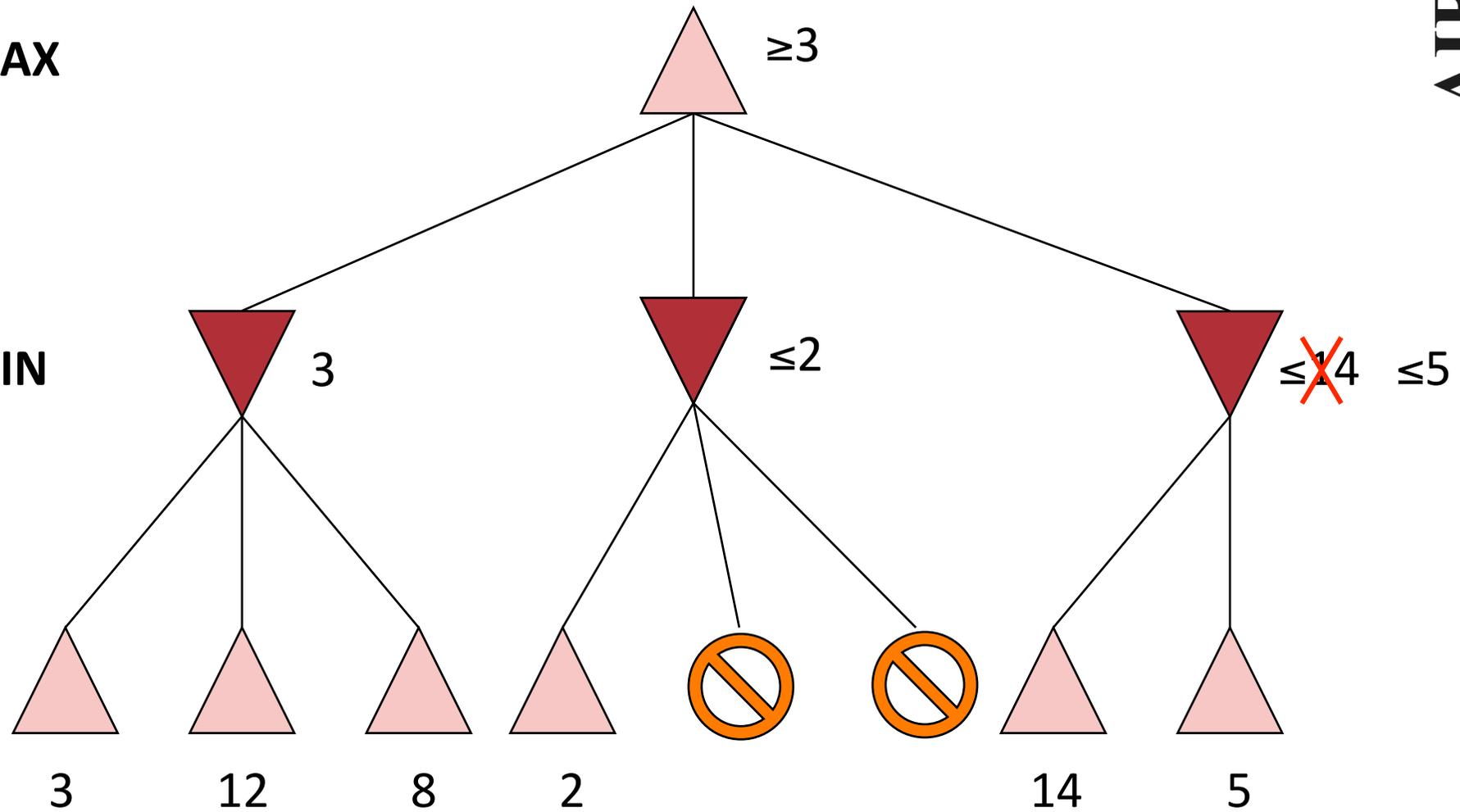
$\alpha\beta$ -Pruning: Beispiel



$\alpha\beta$ -Pruning: Beispiel

MAX

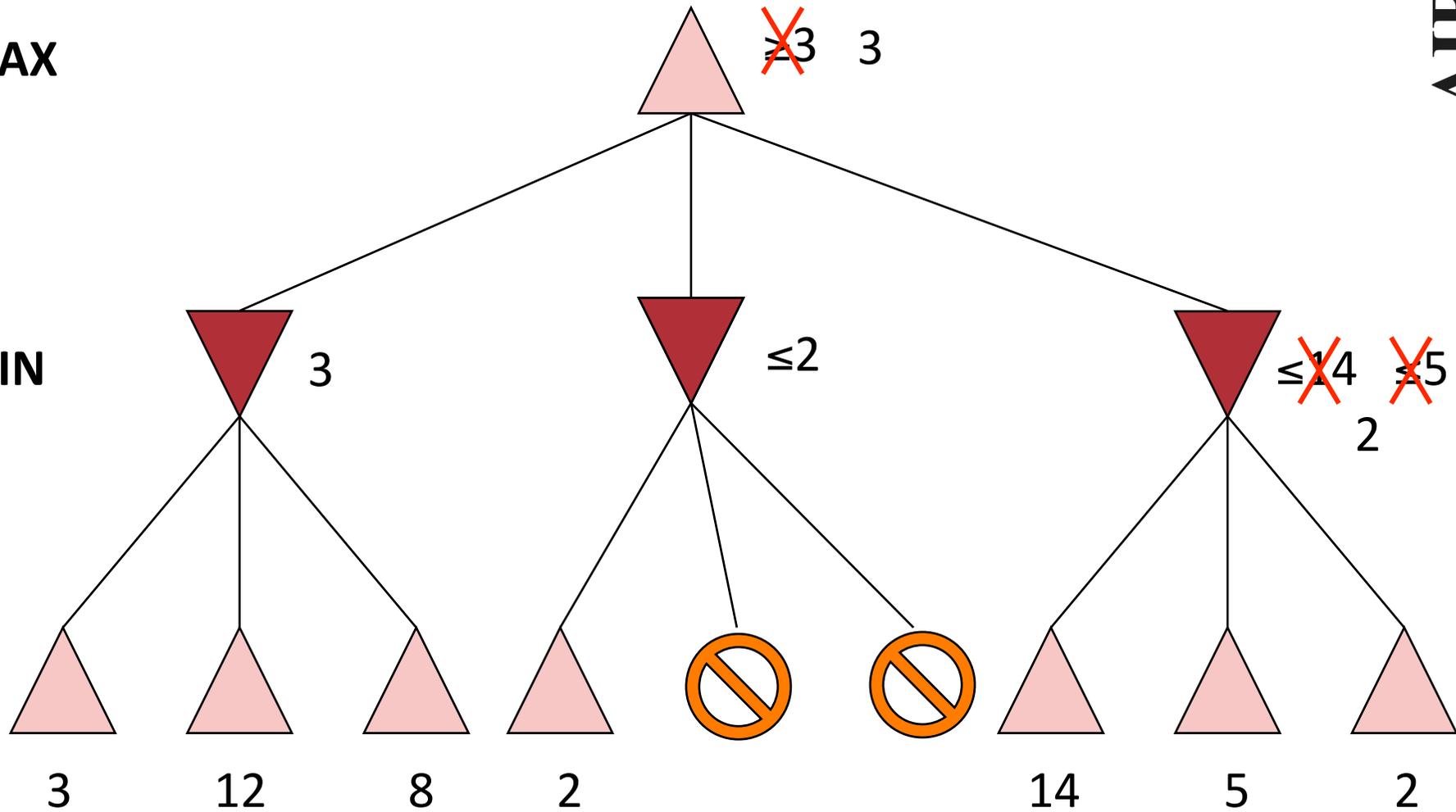
MIN



$\alpha\beta$ -Pruning: Beispiel

MAX

MIN



Spiele mit Zufallselement

- Zufallselemente werden durch zusätzliche Knoten einbezogen
- Maximierung von Erwartungswerten

$$expectimax(C) = \sum_i P(d_i) \max_{s \in S(C, d_i)} (v(s))$$

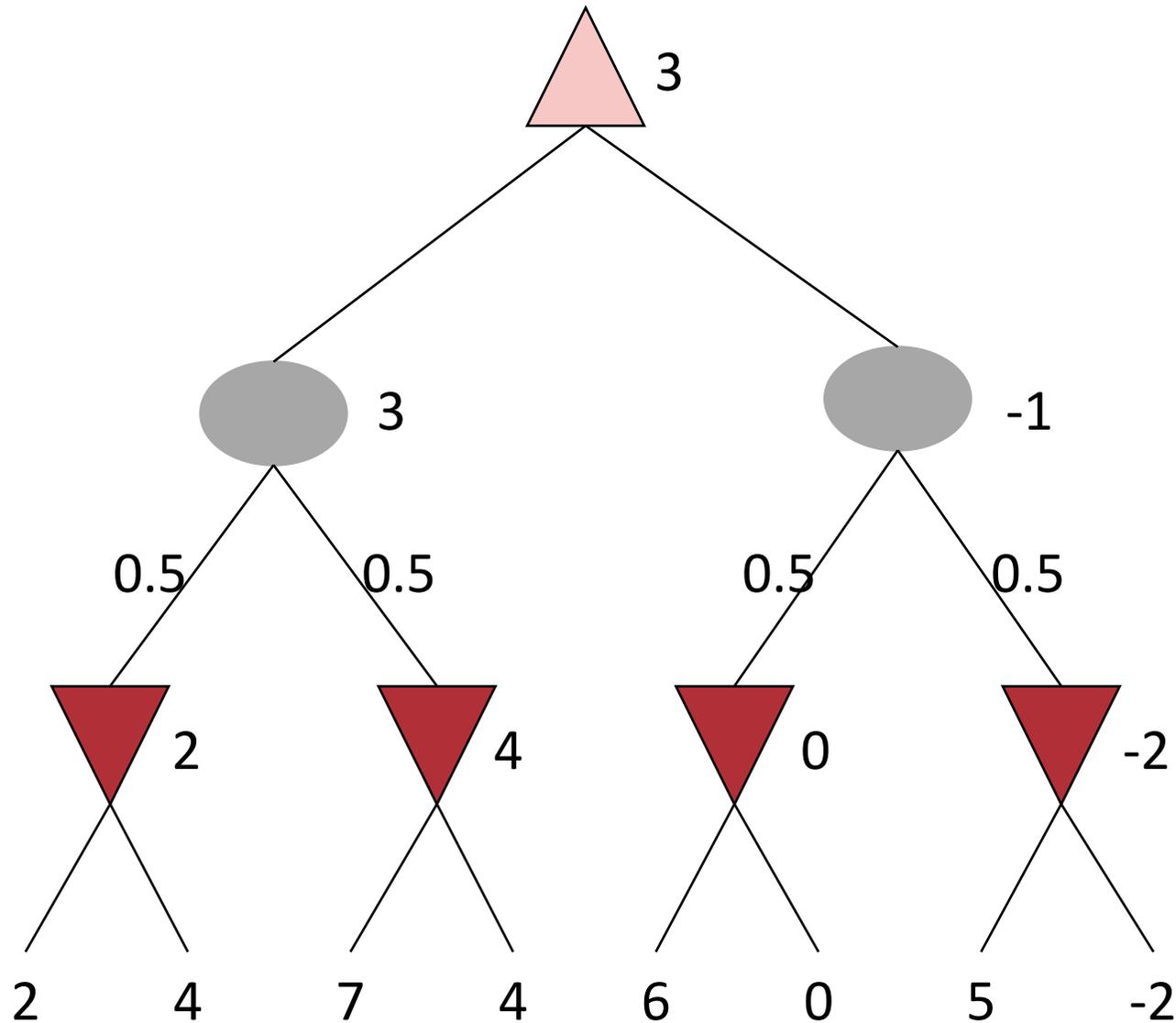
- $\alpha\beta$ -Pruning hier nicht möglich, weil in die Erwartungswertberechnung eines Knotens die Werte aller Nachfolgerknoten eingehen und gebraucht werden

Aufbau Suchbaum

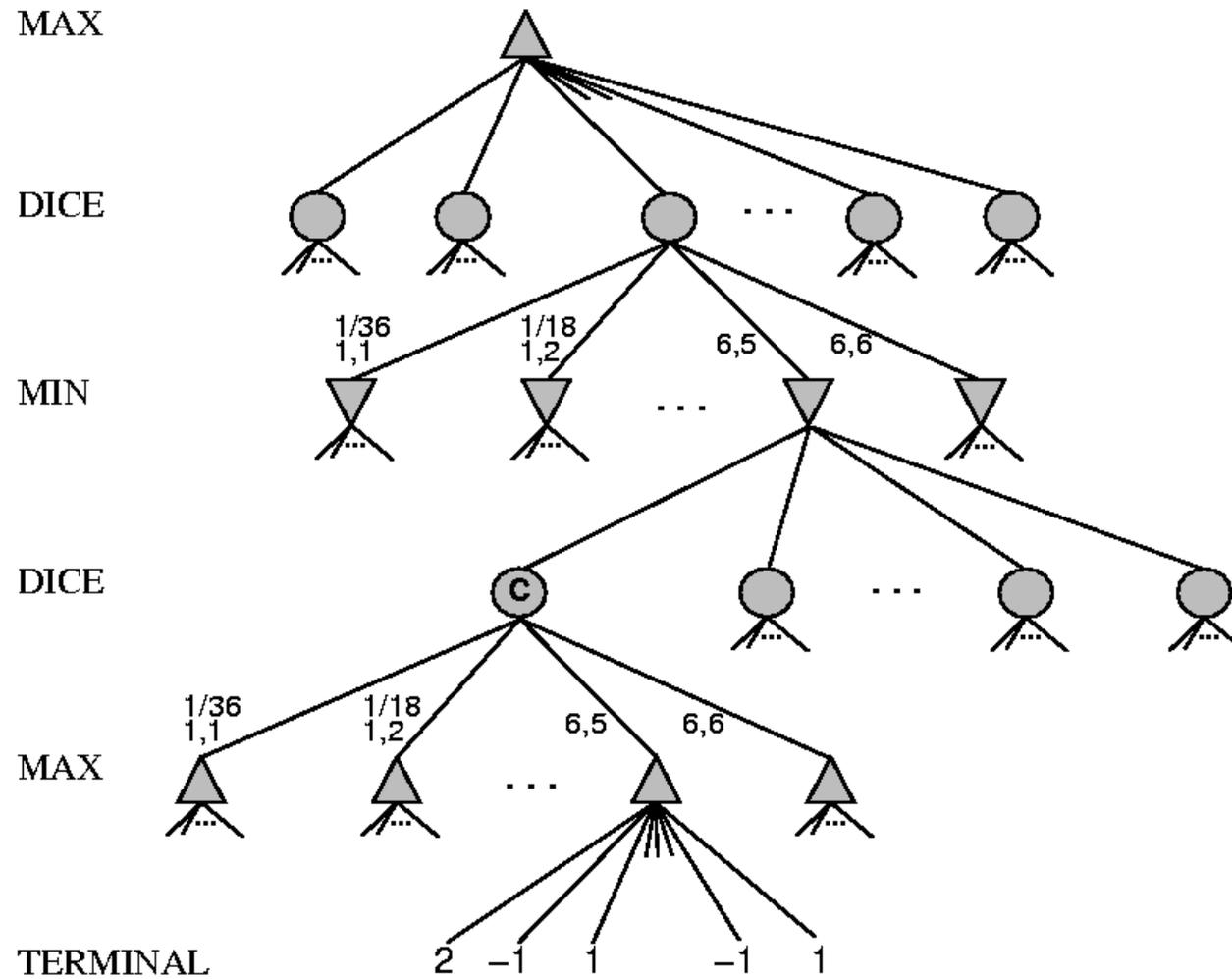
MAX

ZUFALL

MIN



Suchbaum für Spiel mit 2 Würfeln



Mensch vs. Computer

➤ Dame:

- ⇒ 1994 wurde Marion Tinsley (40 Jahre Weltmeister) durch einen Computer geschlagen
- ⇒ 2007: Team um Jonathan Schaeffer hat das Spiel komplett durchgerechnet und **gelöst**. Rechnerverbund hat 39 Billionen Stellungen bewertet. Perfektes Damespiel liefert immer Remie.

➤ Schach:

„Schachtürke“ (ab 1769) war getürkt...

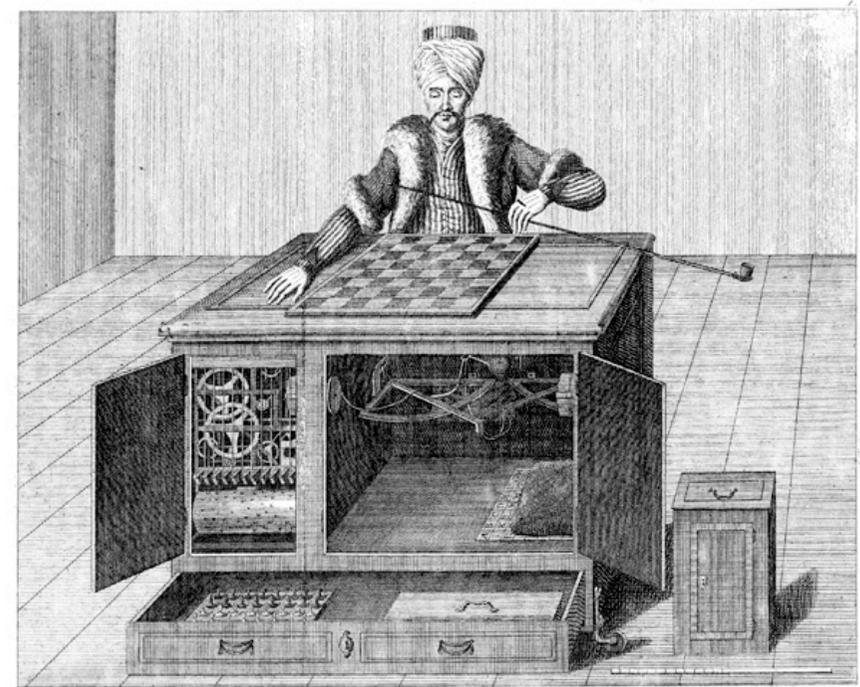
1997 wurde Gary Kasparov durch Deep Blue (RS/6000) geschlagen

- ⇒ 200 Mio Positions-Evaluierungen /sec
- ⇒ Im Einzelfall Tiefensuche bis 40 Züge
- ⇒ 2002 spielte Vladimir Kramnik 4:4 gegen Deep Fritz (8 Xeon-Prozessoren)

➤ Reversi: Computer i.A. zu gut (für Meister)

➤ GO: Computer i.A. zu schlecht (für Meister)

➤ Backgammon: auf Weltmeisterniveau



W. de Kempelen del. / Che a Mechel, ossud. Basileus. / P.G. Praty, sc.
Der Schachtürke, wie er vor dem Spiel gezeigt wird, von vorne. Le joueur d'Échecs, tel qu'on le montre avant le jeu, par devant.